



AZƏRBAYCAN ELM FONDU

Azərbaycan Elm Fondunun “Elm-Təhsil-Sənaye”

məqsədli qrant müsabiqəsinin

(EIF/MQM/ETS-2020-1(35)) qalibi olmuş

layihənin yerinə yetirilməsi üzrə

(rüblük olaraq 7-ci mərhələ)

ELMİ-TEXNİKİ HESABAT

Layihənin adı: **Lodka-Volter, istifadəçi və resurs, silahlanma sürətinin tədqiqi üçün Riçardson xətti və balıqların populyasiyası qeyri-xətti modellərin ümumiləşdirilməsi və onun sənayedə eyni təyinatlı müəssisələr arasındakı rəqabət və kofliktlərin tətbiqi üçün məlum qeyri-xətti modellə müqayisəsi və bu modellərin həllinə hibrid tipli üsulların tətbiqi**

Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **İbrahimov Vaqif Rza oğlu**

Qrantın məbləği: **200 000 manat**

Layihənin nömrəsi: **EIF-MQM-ETS-2020-1(35)-08/01/1-M-01**

Müqavilənin imzalanma tarixi: **08 fevral 2021 – ci il**

Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **24 ay**

Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **01 mart 2021-ci il – 01 mart 2023-cü il**

Layihənin VII mərhələ üzrə (rüb) məbləği: :

Hesabatda aşağıdakı məsələlər işıqlandırılmalıdır:

1 Layihənin həyata keçirilməsi üzrə cari rübdə yerinə yetirilmiş **elmi işlər**

(burada doldurmalı)

Layihənin cari rübündə əvvəlki rübdə baxılan məsələnin tədqiqi davam etdirilmiş və bu sahədə yeni nəticələr alınmışdır. Belə ki, mübahisəli məsələlərin həllində milli xüsusiyyətlərin nəzərə alınması təklif olunmuş və onun xüsusilə ailə bizneslərində yaranan mübahisələrin həllinə

tətbiqi nəzərdən keçirilmişdir. Bunun tədqiqində əsasən 2 hala baxılmışdır. Birincidə milli xüsusiyyətləri nəzərə alaraq, mübahisəli məsələlərin həllində ümumbəşəri dəyərlərə üstünlük verilmişdir. İkinci halda isə, yalnız maraq dairəsini nəzərə alaraq, mübahisəli məsələlərin tədqiqinə baxılmışdır. Əvvəlcədən qeyd edək ki, bu tədqiqat zamanı nəyəse üstünlük verməklə mübahisəli məsələlərin həllinin ümumi şəkildə tədqiqi zamanı elə də yüksək nəticə alınmamışdır. Bunları nəzərə alaraq, Zlatevin təklif etdiyi modeldə müəyyən dəyişikliklər edilmişdir. Bunlardan biri qeyri-xətti modellərdə xətti hissəyə görə dəqiq həllin tapılmasından ibarətdir. Biz bunu sadə bir misal üzərində nümayiş etdirmişik və alınan nəticənin maraqlı olduğu göstərilmişdir. Məlumdur ki, diferensial tənliyə hər hansı bir təqribi üsulu tətbiq etdikdə tənliyin sağ tərəfindəki funksiyanın müəyyən xüsusiyyətləri nəzərə alınır. Bizim tədqiqatda isə tənliklərin müəyyən xüsusiyyətləri nəzərə alınaraq, məlum üsullardan fərqli olan yeni xüsusiyyətlərə malik üsullar qurulmuşdur. Məsələn, Eylerin məlum üsulunu hər hansı bir model məsələnin həllinə tətbiq etdikdə diferensial tənliyin sağ tərəfindəki funksiyanın bəzi xüsusiyyətləri, məsələn, funksiyanın təyin olduğu oblastın müəyyən hissəsində artan və ya azalan olması, müsbət və ya mənfi qiymətlər alması, onun simmetrik xüsusiyyətləri və s. nəzərə alınır. Sadə misallar üzərində tədqiqat apararkən, məlum olur ki, əgər diferensial tənliyin sağ tərəfindəki funksiyanın müəyyən bir xətti hissəsi varsa, onda həmin məsələnin əvvəlcə xətti hissəyə görə dəqiq həllini tapmaq və sonra isə təqribi həllini tapmaq məqsədəuyğundur. Bu tipli tədqiqatların nəticəsində bəzən A-dayanıqlı üsulların qurulmasına baxılır. Dalkvist isbat etmişdir ki, əgər sabit əmsallı çoxaddımlı üsullar sinfində A-dayanıqlı üsulların varlığı məsələsinə baxsaq, onda alarıq ki, bu sinifdə A-dayanıqlı üsulun dəqiqlik dərəcəsinin maksimum qiyməti $p=2$ -dir və bu şərti ödəyən ən yaxşı üsul trapeslər üsuludur. Biz isə diferensial tənliyin sağ tərəfindəki funksiyanın xətti hissəsini ayırmaqla, qurulan ədədi üsulların içərisində yüksək dəqiqliyə malik A-dayanıqlı üsulların qurulduğunu göstərmişdik. Bu məqsədlə layihənin cari rübündə aşağıdakı

$$\sum_{i=0}^{k-m} \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^k \beta_i y'_{n+i} \quad (m > 0)$$

irəliyəqaçma tipli çoxaddımlı üsul tədqiq olunmuşdur. İrəliyəqaçma üsullarının müəyyən üstün cəhətlərini nəzərə alaraq, bu üsullar üçün zəruri şərt kimi tədqiq olunan

A. $\alpha_i, \gamma_i, \nu_i$ ($i = \overline{0, k}$) -əmsalları hər hansı həqiqi ədədlərdir və $\alpha_k \neq 0$.

B. Üsulun xarakteristik çoxhədlilərinin

$$\rho(\lambda) = \sum_{i=0}^{k-m} \alpha_i \lambda, \quad \sigma(\lambda) = \sum_{i=0}^k \beta_i \lambda$$

sabitdən fərqli orta q vuruqları yoxdur.

$$C. \quad p \geq 1, \sigma(1) \neq 0$$

şərtlərinin bəzilərinin kafi olduğu isbat olunmuşdur.

2

Layihənin həyata keçirilməsi üzrə planda nəzərdə tutulmuş işlərin yerinə yetirilmə dərəcəsi (cari rüb üçün, faizlə qiymətləndirməli)

(burada doldurmalı)

Layihənin əvvəlki rübündə göstərmişdik ki, mübahisəli məsələlərin həlli üçün tərtib olunmuş modellərin ədədi həllinə irəliyəqaçma üsullarının tətbiqi məqsədəuyğundur. Bunun üçün aşağıdakı sadə irəliyəqaçma üsuluna baxılmış və onun dəqiqlik dərəcəsinin 3-ə bərabər olduğu isbat olunmuşdur:

$$y_{n+1} = y_n + h(8y'_{n+1} + 5y'_n - y'_{n+2})/12.$$

Məlumdur ki, $k=2$ olduqda dayanıqlı sabit əmsallı çoxaddımlı üsullarda dərəcəsi $p=4$ olan üsul Simpson üsuludur. Dayanıqlı üsullar içərisində ən çox tətbiqi olan A-dayanıqlı üsullardır. O da məlumdur ki, sabit əmsallı k -addımlar üsulları içərisində A-dayanıqlı üsulların dərəcəsinin ən böyük qiyməti 2-yə bərabərdir. Əgər bu üsulu yuxarıda təklif olunan üsulla müqayisə etsək, onda görürük ki, irəliyəqaçma üsulları daha perspektivlidir. Ümumiyyətlə, irəliyəqaçma üsullarının A-dayanıqlı olmasında proqnoz üsullarının rolu böyükdür. Buna görə də eyni bir üsuldən müxtəlif xüsusiyyətlərə malik A-dayanıqlı üsul almaq mümkündür. Təbiidir ki, bu üsulların dəqiqlik dərəcəsi eyni olacaqdır. Qeyd edək ki, bu üsullar bir-birindən müəyyən parametrlərin qiymətinə görə fərqlənəcəklər. İrəliyəqaçma üsullarının bu xüsusiyyətlərini nəzərə alaraq, proqnoz-korreksiya üsulunun köməyiylə, müxtəlif dəqiqliyə malik A-dayanıqlı üsullar qurmaq mümkündür. Qeyd edək ki, bu üsulların üstün cəhətləri ilə bərabər onların mənfi cəhətləri də vardır. Məlumdur ki, bu üsulların tətbiqi zamanı funksiyanın məlum bir nöqtəsindəki qiymətinin hesablanması üçün həmin funksiyanın irəlindəki nöqtələrdəki qiymətlərindən istifadə olunur. Qeyd edək ki, bəzən irəlindəki nöqtələrdəki qiymətlərin sayı birdən çox olur. Bu isə əlavə çətinliklər əmələ gətirir. Ədədi üsulların tətbiqi zamanı bəzən elə məsələlərlə rastlaşırıq ki, axtarılan qiymət (bizim baxdığımız halda y_{n+1} qiyməti) diferensial tənliyin sağ tərəfindəki f funksiyaında iştirak edir. Buna görə də y_{n+1} qiymətinə nəzərən qeyri-xətti cəbri tənlik alınır. Bu üsulun tətbiqi zamanı f_{n+1} qiymətinin əmsalının işarəsinin

tapılması zəruri bir məsələ kimi meydana çıxır. Buna görə də layihənin cari rübündə β_{k-m} əmsalının işarəsinin tapılması məsələsinə baxılmışdır və isbat olunmuşdur ki, əgər

$$\sum_{i=0}^{k-m} \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^k \beta_i y'_{n+i} \quad (m > 0)$$

üsulunun dəqiqlik dərəcəsi özünün ən böyük qiymətini alırsa və üsul dayanıqlıdırsa onda β_{k-m} müsbət olur və β_{k-m+1} mənfi olur.

3 Hesabat dövründə alınmış **elmi nəticələr**, onların yenilik dərəcəsi

(burada doldurmalı)

Layihənin cari rübündə sabit əmsallı irəliyəqaçma üsulu tətbiq edilmişdir. Belə ki, bu üsulun digər çoxaddımlı üsullarla əlaqəsi müəyyənləşdirilmiş və yığılan olması üçün zəruru və kafi şərtlər tapılmışdır. Bu məqsədlə, bu üsulların istifadəsi zamanı alınan xətlərin cəminin məhdudluğu məsələsi əsas götürülərək, məlum anlayışlardan istifadə olunmuşdur. Göstərilmişdir ki, bu üsulların tətbiqi zamanı yaranan bəzi çətinliklər proqnoz-korreksiya üsulu vasitəsi ilə aradan qaldırılıb. Eyni zamanda bu üsulların konkret məsələlərin həllinə tətbiqi zamanı müəyyən əmsalların qiymətlərinin əsas rolunu nəzərə alaraq, bəzi əmsalların işarəsinin tapılmasına baxılmışdır. Qeyd edək ki, bu cür yanaşma, adətən sabit əmsallı çoxaddımlı üsulların tətbiqi zamanı, xüsusilə ikitərəfli ədədi üsulların qurulmasında istifadə olunur. Bunları nəzərə alaraq, irəliyəqaçma üsullarının dayanıqlıq oblastının tətbiqinə baxılmışdır. Bu tətqiqatın nəticəsi kimi yüksək dəqiqliyə malik A-dayanıqlı üsulların qurulmasının mümkünlüyü göstərilmişdir. Bu üsulların 1910-cu ildə Kouell tərəfindən verilməsinə baxmayaraq, onların üstün cəhətləri keçən əsrin 80-ci illərində öyrənilmiş və onun tətqiqatlarının məqsədəuyğun olduğu göstərilmişdir. Bunları nəzərə alaraq, irəliyəqaçma üsullarının digər çoxaddımlı üsullardan fərqi tətbiq olunmuş və onların praktikadakı rolu müəyyənləşdirilmişdir. Təbiidir ki, hər bir üsulun yaxşı və pis cəhətləri vardır. İrəliyəqaçma üsullarını digər çoxaddımlı üsullarla müqayisə etdikdə, yuxarıda qeyd olunan çatışmamazlıqlar nəzərə alınmışdır. Və bəzi konkret məsələlər üzərində göstərilmişdir ki, irəliyəqaçma üsullarının mübahisəli məsələlərin həllinə tətbiqi məqsədəuyğundur. Daha dəqiq A-dayanıqlı üsul qurmaq məqsədi ilə, $k=3$ qiymətində

$$\sum_{i=0}^{k-m} \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^k \beta_i y'_{n+i} \quad (m > 0)$$

üsulundan alınan dayanıqlı üsulun dərəcəsinin ən böyük qiymətinin 5 olması göstərilmiş və

dərəcəsi $p=5$ olan irəliyəqaçma üsulunun aşağıdakı formada olduğu isbat olunmuşdur:

$$y_{n+2} = (11y_n + 8y_{n+1})/19 + h(10f_n + 57f_{n+1} + 24f_{n+2})/57 \cdot h f(x_{n+3}, y_n + h(23f_{n+2} - 16f_{n+1} + 5f_n)/12)/57.$$

Bu üsulun A-dayanıqlı olduğunu göstərmək məqsədilə

$$f(x, y) \equiv -\lambda y, (\lambda > 0)$$

götürək. Onda isbat etmək olar ki, bu üsul A-dayanıqlıdır. Doğrudan da, bu üsulun xarakteristik çoxhədlisini aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$\varphi(\xi) = (684 + 286h\lambda + 23h^2\lambda^2)\xi^2 - (288 - 685h\lambda + 16h^2\lambda^2)\xi - (396 - 108h\lambda - 5h^2\lambda^2).$$

Göstərmək olar ki, ξ $(-1, 1)$ intervalında olacaqdır.

Göründüyü kimi, layihənin bu rübündə qurulan üsullar və onların tədqiqi tam yenidir.

4 Layihənin yerinə yetirilməsi zamanı istifadə olunan üsul və yanaşmalar

(burada doldurmalı)

Layihənin cari rübündə axtarılan funksiyanın birinci tərtib törəməsindən istifadə edən irəliyəqaçma üsulu tədqiq olunmuş, onun üstün və çatışmayan cəhətləri qeyd olunmuşdur. Bu üsuldən tanınmış alimlərdən Kouell, Laplas və Steklovun istifadə etdikləri məlumdur. Qeyd edək ki, bu üsulların mənfi cəhətləri bir çox alimlər tərəfindən qeyd olunmuş, lakin onların aradan qaldırılması üçün müəyyən sxemlər verilməmişdir. Buna görə də burada bu üsullar tam tədqiq olunmuş, onların müsbət və mənfi cəhətləri göstərilmiş və mənfi xüsusiyyətlərin aradan qaldırılması üçün konkret sxemlər qurulmuşdur. Bu üsulu başqa çoxaddımlı üsullarla müqayisə edərək, göstərilmişdir ki, irəliyəqaçma üsulları müstəqil tədqiqat obyektləridir. Bununla da bu üsulların nəzəri cəhətdən tədqiq olunması zərurəti əsaslandırılmışdır. Qeyd edək ki, irəliyəqaçma üsulunun yuxarıda qeyd olunan forması cari rübde tam tədqiq olunmuş və onun mübahisəli məsələlərin modellərinin həllinə tədqiqinin məqsədəuyğun olduğu göstərilmişdir. Beləliklə, layihənin bu mərhələsində istifadə və tədqiq olunan üsullar tam yenidir.

5 Layihə üzrə elmi nəşrlər (məqalələr, monoqrafiyalar, icmallar, konfrans materialları, tezislər) (dərc olunmuş, çapa qəbul olunmuş və çapa göndərilmişləri ayrılıqda qeyd etməklə) *(surətlərini əlavə etməli!)*

(burada doldurmalı)

1. Application of Gauss method to solve of the initial-value problem for odes of the first order (V.Ibrahimov, M.Imanova, K.Rahimova, I.Qurbanov). 8-th International Conference on COIA, 24-26 august, 2022, Baku, Azerbaijan.

http://coia-conf.org/upload/editor/files/COIA2022_V1.pdf

2. Application of some simple symmetrical methods to solve initial-value problem for Volterra integro-differential equations (G.Mehdiyeva, V.Ibrahimov, G.Shafieva, A.Quliyeva). 8-th International Conference on COIA, 24-26 august, 2022, Baku, Azerbaijan.

http://coia-conf.org/upload/editor/files/COIA2022_V2.pdf

6 İxtira və patentlər, səmərələşdirici təkliflər

(burada doldurulmalı)

7 Layihə üzrə ezamiyyətlər

6-9 noyabr 2022-ci il tarixlərində Dubay.

8 Layihə üzrə elmi ekspedisiyalarda iştirak

(burada doldurulmalı)

9 Layihə üzrə digər tədbirlərdə iştirak

(burada doldurulmalı)

10 Layihə mövzusu üzrə elmi məruzələr (seminarlar, konfranslar, dəyirmi masalar və s. çıxışlar)

(burada doldurulmalı)

6-9 noyabr 2022-ci il tarixlərində Dubayda layihə çərçivəsində “ Ədədi üsullar ” mövzusunda seminar keçirilmişdir. Seminar Dubay Universiteti tərəfindən təşkil olunub.

Seminarda Azərbaycandan “Lodka-Volter, istifadəçi və resurs, silahlanma sürətinin tədqiqi üçün Riçardson xətti və balıqların populyasiyası qeyri-xətti modellərin ümumiləşdirilməsi və onun sənayedə eyni təyinatlı müəssisələr arasındakı rəqabət və kofliktlərin tətbiqi üçün məlum qeyri-xətti modellə müqayisəsi və bu modellərin həllinə hibrid tipli üsulların tətbiqi” layihəsinin rəhbəri, professor Vaqif İbrahimov iştirak edib. Onun işi “Ədədi üsullar” bölməsində təqdim edilmişdir. Bu bölmədə dünyanın bir çox alimləri iştirak edirdi. Ədədi metodlar sahəsində müasir tədqiqatların həm məzmun, həm də metodoloji aspektlərinə diqqət yetirilmişdir. Bölmənin bütün iştirakçıları yüksək nəzəri hazırlıq səviyyəsini, elmi tədqiqatlarda riyazi metod və modellərdən fəal istifadəni və ədədi metodlar sahəsində müasir orijinal həllərin tapılması

	məqsədilə elmi tədqiqatların aparılmasına böyük maraq göstərdiklərini nümayiş etdirmişlər.
11	Layihə üzrə əldə olunmuş cihaz, avadanlıq və qurğular, mal və materiallar (burada doldurulmalı)
12	Yerli həmkarlarla əlaqələr (burada doldurulmalı)
13	Xarici həmkarlarla əlaqələr (burada doldurulmalı)
14	Layihə mövzusu üzrə kadr hazırlığı (burada doldurulmalı)
15	Sərgilərdə iştirak (burada doldurulmalı)
16	Təcrübəartırmada iştirak və təcrübə mübadiləsi (burada doldurulmalı)
17	Layihə mövzusu ilə bağlı elmi-kütləvi nəşrlər, kütləvi informasiya vasitələrində çıxışlar, yeni yaradılmış internet səhifələri və s. (burada doldurulmalı)

Layihə rəhbərinin imzası _____ İbrahimov Vaqif Rza oğlu

Tarix _____

QEYD: bütün hallarda uyğun olan bəndlər doldurulmalıdır.