AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ PREZİDENTİ YANINDA ELMİN İNKİŞAFI FONDU

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Elmin İnkişafı Fondunun
Elmi-tədqiqat layihələri üzrə əsas qrant müsabiqəsinin
(EİF-ETL-2020-2(36)) qalibi olmuş
layihənin yerinə yetirilməsi üzrə aralıq
(rüblük olaraq 2-ci mərhələ))

ELMİ-TEXNİKİ HESABAT

Layihənin adı: **Vektor fəzalarda II tərtib differensial operatorlara uyğun spektral ayrılışların yığılmasının tədqiqi**
Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **Qarayeva Aygün Tahir qızı**
Qrantın məbləği: **60 000 manat**
Layihənin nömrəsi: **EİF-ETL-2020-2(36)-16/08/1-M-08**
Müqavilənin imzalanma tarixi: **23 fevral 2021 – ci il**
Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **12 ay**
Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **01 mart 2021-ci il– 01 mart 2022-ci il**
Layihənin I ***mərhələ*** *üzrə (rüb) məbləği:*
Hesabatda aşağıdakı məsələlər işıqlandırılmalıdır:

1	Layihənin həyata keçirilməsi üzrə cari rübdə yerinə yetirilmiş **elmi işlər**

(burada doldurmalı)

Layihədə cəmlənən əmsallı diferensial operatorun məxsusi funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılışa aid əsas nəticələr şərh olunur. $W_p^1(G)$, $p \geq 1$ sinfindən olan mütləq kəsilməz funksiyaların bu operatorun məxsusi funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılılarının mütləq və müntəzəm yığılması isbat olunur və bu ayrılışların müntəzəm yığılma sürətləri tapılır; müntəzəm yığılma sürətinə operatorun əmsallarının cəmlənmə dərəcələrinin təsiri və ayrılışı öyrənilən funksiyanın törəməsinin cəmlənmə dərəcəsinin təsiri tədqiq olunur.

Kompleks qiymətli cəmlənən əmsallı

$$Lu = u^{(3)} + P_1(x)u^{(2)} + P_2(x)u^{(1)} + P_3(x)u\,, \quad x \in G = (0,1)$$

formal diferensial operatoruna baxılır. Burada $P_1(x) \in L_2(G), \quad P_l(x) \in L_1(G), \ l = 2,3.$

$D(G)$ ilə ikinci tərtibə qədər törəmələri (ikinci tərtib də daxil olmaqla) $\overline{G} = [0,1]$ qapalı parçasında mütləq kəsilməz funksiyalar sinfini işarə edək. L operatorunun λ məxsusi ədədinə uyğun məxsusi funksiyası eyniliklə sıfır olmayan və G-də sanki hər yerdə $Lu + \lambda u = 0$ tənliyini ödəyən ixtiyari $u(x) \in D(G)$ funksiyasına deyilir.

Tutaq ki, $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ L operatorunun məxsusi funksiyalarından təşkil olunmuş və $L_2(G)$-də tam ortanormal sistem, $\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ uyğun məxsusi ədədlər sistemidir və $Re\,\lambda_n = 0$ (fərz olunur ki, L operatorunun əmsalları $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ sisteminin varlığına imkan verir).

$\mu_n = (\mp i\lambda_n)^{1/3}$, $\pm\, Im\,\lambda_n \geq 0$, işarə edək.

Əgər $f(x)$ funksiyası $\overline{G}$-də mütləq kəsilməzdirsə və $f'(x)\in L_p(G)$ olarsa , onda deyəcəyik ki, $f(x)$ funksiyası $W_p^1(G)$, $1\leq p\leq\infty$ sinfinə daxildir.

$f(x)\in W_p^1(G)$ funksiyasının $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ sistemi üzrə spektral ayrılışının xüsusi cəmini daxil edək:

$$\sigma_\nu(x,f)=\sum_{\mu_n\leq\nu} f_n u_n(x),\ \nu>0,\qquad f_n=(f,u_n)=\int_0^1 f(x)\overline{u_n(x)}\,dx.$$

$R_\nu(x,f)=f(x)-\sigma_\nu(x,f)$ işarələməsini daxil edək.

Bu paraqrafda aşağıdakı teoremlər isbat olunur.

Teorem1. *Fərz edək ki,* $P_1(x)\equiv 0,\ \ P_l(x)\in L_1(G),\ \ l=2,3;\ \ f(x)\in W_p^1(G),\quad p>1,$ *və*

$$\left|f(x)\overline{u_n^{(2)}(x)}\Big|_0^1\right|\leq C(f)\mu_n^{\alpha}\|u_n\|_\infty,\quad 0\leq\alpha<2,\quad \mu_n\geq 1, \tag{0.0.1}$$

şərti ödənir. Burada $C(f)>0$ *sabiti* $f(x)$ *funksiyasından asılıdır.*

Onda $f(x)$ *funksiyasının* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi üzrə spektral ayılışı* $\overline{G}=[0,1]$ *parçasında mütləq və müntəzəm yığılır və*

$$\sup_{x\in\overline{G}}|R_\nu(x,f)|\leq const\left\{\ C(f)\nu^{\alpha-2}+\nu^{-\beta}\|f'\|_p+\right. \tag{0.0.2}$$
$$\left.+\nu^{-1}\left(\|f\|_\infty+\|f'\|_1\right)\sum_{r=2}^{3}\nu^{2-r}\|P_r\|_1\ \right\},$$

qiymətləndirilməsi doğrudur. Burada $\beta=min\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{q}\right\},\ p^{-1}+q^{-1}=1,\ \nu\geq 2,$ *const* $f(x)$*-dən asılı deyil ,*

$\|\cdot\|_p=\|\cdot\|_{L_p(G)}$

Nəticə 1 *Əgər 0.0.1. teoremində* $f(x)$ *funksiyası* $f(0)=f(1)=0$ *şərtini ödəyərsə, onda (0.0.1) şərti ödənir və*

$$\sup_{x\in\overline{G}}|R_\nu(x,f)|\leq const\ \nu^{-\beta}\|f'\|_p,\ \ \nu\geq 2;$$

qymətləndirməsi ödənir. Əgər $C(f)=0$ *və ya* $0\leq\alpha<2-\beta$ *olarsa, onda* $\sup_{x\in\overline{G}}|R_\nu(x,f)|=o(\nu^{-\beta}),\quad \nu\to+\infty.$ *qymətləndirməsi qoğrudur.*

Teorem2. *Fərz edək ki,* $P_1(x)\in L_2(G),\ P_l(x)\in L_1(G),\ l=2,3;$ $f(x)\in W_2^1(G)$ *və (0.0.1) şərti ödənir. Onda* $f(x)$ *funksiyasının* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi üzrə spektral ayılışı* $\overline{G}=[0,1]$ *parçasında mütləq və müntəzəm yığılır və*

$$\sup_{x\in\overline{G}}|R_\nu(x,f)|\leq const\left\{\ C(f)\nu^{\alpha-2}+\nu^{-\frac{1}{2}}\left(\|f\overline{P_1}\|_2+\|f'\|_2\right)+\right.$$
$$\left.+\nu^{-1}\|f\|_\infty\sum_{r=2}^{3}\nu^{2-r}\|P_r\|_1\ \right\},\ \nu\geq 2. \tag{0.0.3}$$

Nəticə 2. Əgər Teorem *0.0.2-də* $C(f)=0$ *və ya* $0\leq\alpha<3/2$ *olarsa, onda* $\sup_{x\in\overline{G}}|R_\nu(x,f)|=o\left(\nu^{-\frac{1}{2}}\right),\quad \nu\to+\infty.$

qiymıətləndirməsi doğrudur.

Teorem 3. *Fərz edək ki,* $P_1(x)\in L_2(G),\ P_l(x)\in L_1(G),\ l=2,3;\ f(x)\in W_p^1(G),\ \ 1<p<2,$ *(0.0.1)* *şərti ödənilir və $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ sistemi müntəzəm məhduddur. Onda $f(x)$ funksiyasının $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ sistemi üzrə spektral ayılışı $\overline{G}=[0,1]$ parçasında mütləq və müntəzəm yığılır və aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:*

$$\sup_{x\in\overline{G}}|R_\nu(x,f)|\le const\left\{ C(f)\nu^{\alpha-2}+\nu^{-\frac{1}{2}}\|f\overline{P_1}\|_2+\nu^{-\frac{1}{q}}\|f'\|_p+\right.$$

$$\left.+\nu^{-1}\|f\|_\infty\sum_{r=2}^{\infty}\nu^{2-r}\|P_r\|_1\right\},\ \mu\ge 2,\ p^{-1}+q^{-1}=1.$$

Nəticə 3. *Əgər teorem 0.0.3-də $C(f)=0$ və ya $0\le\alpha<2-q^{-1}$ olarsa, onda*

$$\sup_{x\in\overline{G}}|R_\nu(x,f)|=o\left(\nu^{-\frac{1}{q}}\right),\ \nu\to+\infty,$$

qiymətləndirməsi ödənir.

Qeyd edək ki, oxşar nəticələr $L_1=-\frac{d^2}{dx^2}+q(x)$ Şredinger operatoru üçün $q(x)\in L_r(G),\ r\ge 1$-həqiqiqiymətli potensial halı üçün N.L,Lajetiçin işlərində $f(x)\in W_p^1(G)$, $p>1$, $f(0)=f(1)=0$ olduqda; V.M.Qurbanovun və R.A.Səfərovun işlərində $q(x)\in L_1(G)$ -həqiqi və ya kompleks potensial halında $f(x)\in W_p^1(G)$, $p\ge 1$, $f(0)=f(1)=0$ olduqda; V.M.Qurbanovun və A.T.Qarayevanın işlərində $Q(x)$-cəmlənən matris potensialı halında $f(x)\in W_{p,m}^1(G)$, $p\ge 1$, olduqda alınmışdır.

L operatoruna $P_1(x)\equiv 0$ halında baxılır və $f(x)\in W_1^1(G)$, $G=(0,1)$ funksiyasının bu operatorun məxsusi funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması tədqiq olunur.
Bu məqsədlə :

$$\left|f(x)u_n^{(2)}(x)\right|_0^1\le C(f)\mu_n^\alpha,\ 0\le\alpha<2,\ \mu_n\ge 4\pi; \qquad (0.0.4)$$

şərtini ödəyən $f(x)\in W_1^1(G)$ funksiyasının Furye əmsalları qiymətləndirilir. Bu qiymətləndirməyə əsaslanaraq bu paraqrafda aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 4. *Fərz edək ki, $f(x)$ funksiyası $W_1^1(G)$ sinfinə daxildir , $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ sistemi müntəzəm məhduddur və (0.0.4) və*

$$\sum_{k=1}^{\infty}k^{-1}\omega_1\left(f',k^{-1}\right)<\infty \qquad (0.0.5)$$

şərtləri ödənir.

Onda $f(x)$ funksiyasının $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ sistemi üzrə spektral ayılışı $\overline{G}=[0,1]$ parçasında mütləq və müntəzəm yığılır və aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\sup_{x\in\overline{G}}|R_\nu(x,f)|\le const\left\{ C(f)\nu^{\alpha-2}+\sum_{k=[\nu]}^{\infty}\omega_1\left(f',k^{-1}\right)k^{-1}+\right.$$

$$\left.\left(\|f'\|_\infty+\|f'\|_1\right)\sum_{l=2}^{3}\nu^{1-l}\|P_l\|_1+\nu^{-1}\|f'\|_1\right\},\ \nu\ge 2, \qquad (0.0.6)$$

Burada $\omega_1(g,\delta)$ ilə $g(x)\in L_1(G)$ funksiyasının inteqral kəsilməzlik moduludur.

$\|P_l\|_1=\int_0^1|P_l(x)|dx$, *const $f(x)$-dən asılı deyil .*

Şturm-Liuvill operatoru üçün oxşar nəticələr əvəllər N.L,Lajetiçin, V.M.Qurbanov və R.A.Səfərovun, A.T.Qarayevanın işlərində isbat olunmuşlar.

Nəticə 4. *Əgər $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ sistemi müntəzəm məhduddursa, $f(x)\in W_1^1(G)$, $f(0)=f(1)=0$ və $f'(x)\in H_1^\alpha(G)$, $0<\alpha<1$, ($H_1^\alpha(G)$ - Nikolski sinfidir), onda*

$$\sup_{x\in\overline{G}}\left|R_\nu(x,f)\right|\le const\,\nu^{-\alpha}\left\|f'\right\|_1^{\alpha},$$

burada $\left\|g\right\|_1^{\alpha}=\left\|g\right\|_1+\sup\limits_{\delta>0}\dfrac{\omega_1(g,\delta)}{\delta^{\alpha}}.$

Nəticə5. *Əgər* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi müntəzəm məhduddursa,* $f(x)\in W_1^1(G)$, $f(0)=f(1)=0$ *və müəyyən* $\beta>0$ *üçün*

$$\omega_1(f',\delta)=O\left(\ln^{-(1+\beta)}\frac{1}{\delta}\right),\quad \delta\to+0 \quad \text{şərti ödənərsə,}$$

onda $\sup\limits_{x\in\overline{G}}\left|R_\nu(x,f)\right|=O\left(ln^{-\beta}\nu\right),\ \nu\to\infty.$

$f(x)\in W_1^1(G)$ *spektral ayrılışının mütləq və müntəzəmn yığılmasına* $P_1(x)$ əmsalının təsiri öyrənilir və aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 5. *Fərz edək ki,* $f(x)$ *funksiyası* $W_1^1(G)$ *sinfinə daxilrdir.* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi müntəzəm məhduddur, (0.0.4) və*

$$\sum_{k=1}^{\infty}k^{-1}\omega_1\left(f',k^{-1}\right)<\infty,\quad \sum_{k=1}^{\infty}k^{-1}\omega_1\left(f\,\overline{P}_1,\,k^{-1}\right)<\infty \tag{0.0.7}$$

şərtləri ödənir.

Onda $f(x)$ *funksiyasının* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi üzrə spektral ayılışı* $\overline{G}=[0,1]$ *parçasında mütləq və müntəzəm yığılır və aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:*

$$\sup_{x\in\overline{G}}\left|R_\nu(x,f)\right|\le const\Bigg\{C(f)\nu^{\alpha-2}+\left(1+\left\|P_1\right\|_1\right)\times$$
$$\times\left[\sum_{k=[\nu]}^{\infty}k^{-1}\omega_1\left(f\,\overline{P}_1,k^{-1}\right)+\sum_{k=[\nu]}^{\infty}\omega_1\left(f',k^{-1}\right)k^{-1}+\nu^{-1}\left(\left\|f'\right\|_1+\left\|f\overline{P}_1\right\|_1\right)\right]+$$
$$+\left(\left\|f'\right\|_1+\left\|f\overline{P}_1\right\|_1+\left\|f\right\|_\infty\right)\sum_{r=2}^{3}\nu^{1-r}\left\|P_r\right\|_1\Bigg\},\quad \nu\ge 2 \tag{0.0.8}$$

burada $\left\|P_l\right\|_1=\int\limits_0^1\left|P_l(x)\right|dx$, *const* $f(x)$*-dən asılı deyil.*

Teorem 0.0.5-in isbatı aşağıdakı lemmaya əsaslanır.

Lemma 3. *Tutaq ki,* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi müntəzəm məhduddur* $f(x)\in W_1^1(G)$ *funksiyası və* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi (0.0.10) şərtini ödəyirlər. Onda* $f(x)$ *funksiyasının* f_n *Furye əmsalları üçün* $(\mu_n\ge 4\pi)$ *aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:*

$$\left|f_n\right|\le const\Bigg\{C(f)\mu_n^{\alpha-3}+\mu_n^{-1}\left(1+\left\|P_1\right\|_1\right)\Bigg[\omega_1\left(f',\mu_n^{-1}\right)+$$
$$+\omega_1\left(f\,\overline{P}_1,\mu_n^{-1}\right)+\mu_n^{-1}\left\|f'\right\|_1+\mu_n^{-1}\left\|f\overline{P}_1\right\|_1\Bigg]+ \tag{0.0.9}$$
$$+\mu_n^{-2}\left(\left\|f'\right\|_1+\left\|f\overline{P}_1\right\|_1+\left\|f\right\|_\infty\right)\sum_{r=2}^{3}\left\|P_r\right\|_1\mu_n^{2-r}\Bigg\}.$$

Dissertasiyanın ikinci fəslində $G=(0,1)$ intervalında kompleksqiymətli cəmlənən əmsallı üçüncü tərtib ad diferensial operatora baxılır.

$L_p(G),p\ge 1$ sifindən olan funksiyanın biortoqonal ayrılışının onun triqonometrik Furye ayrılışı ilə birgəyığılma sualları araşdırılır. Kompaktda müntəzəm birgəyığılma srəti qiymətləndilir, $P_2(x)$ əmsalının kəsilməzlik modulunun birgəyığılma sürətinə təsiri araşdırılır. Həmçinin $W_2^1(G)$ sinfindən olan funkiyanın bu operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyaları üzrə biortoqonal ayrılışının $\overline{G}=[0,1]$

parçasında mütləq və müntəzəm yığılması tədqiq olunur.

Layihədə

$$Lu = u^{(3)} + P_1(x)u^{(2)} + P_2(x)u^{(1)} + P_3(x)u\,, \qquad (0.0.10)$$

üçüncü tərtib adi diferensial operatoruna baxılır. Burada $P_i(x) \in L_1^{\ell oc}(G),\ i = \overline{1,3}$.

Bu operatorların kök funksiyaları üçün sürüşmə və orta qiymət düsturları çıxarılır. Bu düsturlar (0.0.10) operatorunun kök funksiyaları üzrə biortoqonal ayrılışının müntəzəm birgəyığılması və mütləq və müntəzəm yığılması suallarının araşdırılmasında əsas aparat rolunu oynayır.

Layihədə $P_1(x) \equiv 0$ halında L adi adiferensial operatoruna baxılır. Bu operatorun kök funksiyaları üzrə spektral ayrılışının kompaktda triqonometrik ayrılışla birgəyığılma sualları tədqiq olunur. $P_2(x)$ əmsalının kəsilməzlik modulunun biortoqonal ayrılışla triqonometrik ayrılışın $G = (0,1)$ intervalına daxil olan kompaktda müntəzəm birgəyığılma sürətinə təsiri araşdırılır. Onun üçün VA.İlinin spektral metodu tətbiq olunur.

$G = (0,1)$ intervalında $Lu = u^{(3)} + P_2(x)u^{(1)} + P_3(x)u$ formal diferensial operatoruna baxaq. Burada $P_\ell(x) \in L_1(G)$, $\ell = \overline{2,3}$-kompleksqiymətli əmsallardır.

L operatorunun λ kompleks məxsusi ədədinə uyğun məxsusi funksiyası dedikdə eyniliklə sıfır olmayan, ixtiyari kompleksqiymətli $y_0(x) \in D(G)$ funksiyası başa düşülür ki, o G-də sanki hər yerdə $Ly_0 + \lambda y_0 = 0$ tənliyini ödəyir. Analoji olaraq L operatorunun həmin λ məxsusi ədədinə və $y_0(x)$ məxsusi funksiyasına uyğun m $(m \geq 1)$ tərtibli qoşulmuş funksiyası dedikdə, G-də sanki hər yerdə $Ly_m + \lambda y_m = y_{m-1}$ tənliyini ödəyən ixtiyari kompleksqiymətli $y_m(x) \in D(G)$ funksiyası başa düşülür.

Hər bir məxsusi funksiya tərtibi sıfır olan qoşulmuş funksiya hesab edilir. Verilmiş məxsusi funksiyaya uyğun kök (qoşulmuş) funksiyaların ən yüksək tərtibi bu məxsusi funksiyanın ranqı adlanır.

L operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyalarından təşkil olunmuş ixtiyari $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$ sisteminə baxaq. Fərz edək ki, $\{\lambda_k\}_{k=1}^\infty$ uyğun məxsusi ədədlər sistemidir və bu kök funksiyalar sistemi $\ell \geq 1$ tərtibli hər bir kök funksiya ilə yanaşı ona uyğun tərtibi ℓ-dən kiçik kök funksiyaları özündə saxlayır. Bundan əlavə məxsusi funksiyaların ranqları müntəzəm məhduddur. Bu o deməkdir ki, $u_k(x) \in D(G)$ və G-də sanki hər yerdə $Lu_k + \lambda_k u_k = \theta_k u_{k-1}$, tənliyi ödənir. Burada θ_k ya 0- a (bu halda $u_k(x)$ - məxsusi funksiyadır), ya 1-ə (bu halda $\lambda_k = \lambda_{k-1}$ olduğu tələb olunur və $u_k(x)$ - qoşulmuş funksiya adlanır) bərabərdir.

$$\mu_k = \begin{cases} (i\lambda_k)^{\frac{1}{3}}, & Im\,\lambda_k < 0 \\ (-i\lambda_k)^{\frac{1}{3}}, & Im\,\lambda_k \geq 0, \end{cases}$$

işarələməsini aparaq. Burada $\left(re^{i\varphi}\right)^{\frac{1}{3}} = r^{\frac{1}{3}} e^{\frac{i\varphi}{3}}$, $-\pi < \varphi \leq \pi$.

Fərz edək ki, $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$ sistemi A_p şərtlərini ödəyir (V.A.İlin şərti).

1) müəyyən qeyd olunmuş $p \geq 1$ üçün $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$ sistemi $L_p(G)$-də qapalı və minimaldır:

2) Karleman və "birlərin cəmi" şərtləri ödənir:

$$\left|\operatorname{Im}\mu_k\right| \leq const,\ k = 1,2,...; \qquad \sum_{\tau \leq Re\,\mu_k \leq \tau+1} 1 \leq const, \quad \forall \tau \geq 0$$

3) Ixtiyari $K \subset G$ kompaktı üçün elə $C_0(K)$ sabiti var ki,

$$\|u_k\|_{p,K} \|\vartheta_k\|_q \leq C_0(K),$$

burada $\|\cdot\|_{p,K} = \|\cdot\|_{L_p,(K)}$, $\|\cdot\|_q = \|\cdot\|_{L_q(G)}$, $p^{-1} + q^{-1} = 1$, $(p = 1,\ q = \infty)$, $\{\vartheta_k(x)\}_{k=1}^\infty$ sistemi $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$ sisteminə biortoqonal qoşmadır

$S_v(x,f)$ ilə $f(x)\in L_p(G)$ funksiyasının triqonometrik sırasının xüsusi cəmini işarə edək və $f(x)$ funksiyasının $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ sistemi üzrə biortoqonal ayrılışının xüsusi cəmini daxil edək:

$$\sigma_v(x,f)=\sum_{\rho_k\le v} f_k u_k(x),\quad \rho_k=\operatorname{Re}\mu_k,\ v>0,$$

burada $f_k=\int_G f(x)\overline{\vartheta_k(x)}dx$.

Aşağıdakı işarələmələri daxil edək:

$$\Delta_v(K,f)=\|\sigma_v(\cdot,f)-S_v(\cdot,f)\|_{C(K)};$$

$$\hat{f}_k=f_k\|\vartheta_k\|_q^{-1},\quad \Omega\left(f,\frac{v}{2},\alpha\right)=v^{-1}\sum_{1\le\rho_k\le\frac{v}{2}}\left|\hat{f}_k\right|\rho_k^{-\alpha},\quad 0\le\alpha\le 1;$$

$$\Phi_p(f,v)=v^{-1}\|f\|_p+\max_{\rho_k\ge\frac{v}{2}}\left|\hat{f}_k\right|;\quad Q_p(f,v)=v^{-1}\|f\|_p+\max_{2\pi k\ge\frac{v}{2}}\left|\tilde{f}_k\right|,$$

burada $\tilde{f}_k$ -lar $f(x)$ funksiyasının $L_q(G)$-də normallaşmış triqonometrik sistem üzrə Furye əmsallarıdır;

$$D(v)=\inf_{\substack{\alpha>1\\ n\ge 2}}\left\{\omega_1(P_2,n^{-1})\Omega\left(f,\frac{v}{2},0\right)+n^{2(1-\alpha^{-1})}\|P_2\|_1\Omega\left(f,\frac{v}{2},1-\alpha^{-1}\right)\right\}+$$

$$+\|P_3\|_1\Omega\left(f,\frac{v}{2},1\right)$$

$\omega_1(f,\delta)$ - $f(x)$ funksiyasının $L_1(G)$-də kəsilməzlik moduludur;

$$\Phi_p\left(f,\left[\frac{v}{2}\right],1-r^{-1}\right)=T\left(f,\left[\frac{v}{2}\right],1-r^{-1}\right)+\frac{1}{1-r^{-1}}\|f\|_p;$$

$$\varphi_p(f,v)=\omega_1(f,v^{-1})+v^{-1}\|f\|_p;$$

$$E(P_2,v)=\inf_{\substack{\alpha>1\\ n\ge 2}}\left\{\omega_1(P_2,n^{-1}\left(T\left(f,\left[\frac{v}{2}\right],0\right)+\ln v\|f\|_1\right)+\right.$$

$$\left.+\|P_2\|_1 n^{2(1-\alpha^{-1})}\left(T\left(f,\left[\frac{v}{2}\right],1-\alpha^{-1}\right)+\frac{1}{1-\alpha^{-1}}\|f\|_1\right)\right\};$$

$$T(f,\ell,\varepsilon)=\sum_{i=1}^{\ell} i^{-\varepsilon}\omega_1(f,i^{-1}),\ 0\le\varepsilon<1.$$

Tutaq ki, $\omega(t)$ -$[0,\infty)$ aralığında azalmayan kəsilməz funksiyadır və

a) $\omega(0)=0,\ \omega(t)>0,\ t>0$; b) $t^{-1}\omega(t)$ -artmayandır. $H_p^{\omega}(G),\ p\ge 1$ ilə $L_p(G)$ fəzasından olan və $\omega_p(f,\delta)\le C(f)\omega(\delta)$ şərtini ödəyən funksiyalar çoxluğunu işarə edək. Burada $C(f)$ $f(x)$-dən asılı sabitdir. $H_p^{\omega}(G)$-də norma $\|f\|_p^{\omega}=\|f\|_p+\sup_{\delta>0}\frac{\omega_1(f,\delta)}{\omega(\delta)}$ bərabərliyi ilə təyin olunur. $B_{p,\theta}^{\alpha}(G),\ 0<\alpha<1,\ 1\le\theta\le\infty$ isə Bessov sinfini işarə edək. Bu fəzada norma

$$\|f\|_{B_{p,\theta}^{\alpha}(G)}=\|f\|_p+\left(\int_0^{h_0}\left(t^{-\alpha-\frac{1}{\theta}}\omega_p(f,t)\right)^{\theta}dt\right)^{\frac{1}{\theta}},\ h_0>0.$$

bərabərliyi ilə təyin olunur.

Qeyd edək ki, , $B^{\alpha}_{p,\infty}(G) \equiv H^{\alpha}_{p}(G)$; $H^{\omega}_{p}(G) \equiv H^{\alpha}_{p}(G)$ əgər $\omega(t) = t^{\alpha}$, $0<\alpha<1$ ($H^{\alpha}_{p}(G)$-Nikolski sinfidir).

Bu paraqrafın əsas nəticələri aşağıdakı teoremlərdə cəmləşir:

Teorem 6. *Fərz edək ki,* $P_2(x) \in L_r(G)$, $r \ge 1$, $P_3(x) \in L_1(G)$ *və* $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemi* A_p *şərtini ödəyir.*

Onda $f(x) \in L_p(G)$ *funksiyasının* $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemi üzrə biortoqonal ayrılışı ilə onun triqonometrik ayrılışı ixtiyari* $K \subset G$ *kompaktında müntəzəm birgəyığılır, yəni*

$$\Delta_{\nu}(K,f) \to 0, \quad \nu \to +\infty, \tag{0.0.11}$$

və aşağıdakı qiymətləndirmər doğrudur

$$\Delta_{\nu}(K,f) \le C_1(K)\left\{ \|P_2\|_r \Omega\left(f, \frac{\nu}{2}, 1-r^{-1}\right) + \|P_3\|_1 \Omega\left(f, \frac{\nu}{2}, 1\right) + \right. \tag{0.0.12}$$

$$\left. + \Phi_p(f,\nu) + Q_p(f,\nu) \right\}, \quad r>1;$$

$$\Delta_{\nu}(K,f) \le C_2(K)\{D(\nu) + \Phi_p(f,\nu) + Q_p(f,\nu)\}, \quad r=1, \tag{0.0.13}$$

burada $C_1(K)$, $C_2(K)$ sabitləri ν *-dən və* $f(x)$-dən asılı deyildirlər.

Teorem 7. *Fərz edək ki, Teorem 0.0.6 şərtləri* $p=1$ *olduqda ödənir və* $f(x) \in L_1(G)$ *funksiyasının* $\hat{f}_k$ *Furye əmsalları üçün*

$$\left|\hat{f}_k\right| \le const\{\omega_1(f,\rho_k^{-1}) + \rho_k^{-1}\|f\|_1\}, \quad \rho_k \ge 1, \tag{0.0.14}$$

şərti ödənir. Onda $r>1$ *olduqda*

$$\Delta_{\nu}(K,f) \le C_3(K)\nu^{-1}\left\{ \|P_2\|_r \Phi_1\left(f, \left[\frac{\nu}{2}\right], 1-r^{-1}\right) + \right. \tag{0.0.15}$$

$$\left. + \|P_3\|_1 \Phi_1\left(f, \left[\frac{\nu}{2}\right], 1\right) + \nu\varphi_1(f,\nu) \right\},$$

$r=1$ *olduqda isə*

$$\Delta_{\nu}(K,f) \le C_4(K)\nu^{-1}\left\{E(P_2,\nu) + \|P_3\|_1 \Phi_1\left(f, \left[\frac{\nu}{2}\right], 1\right) + \nu\varphi_1(f,\nu)\right\} \tag{0.0.16}$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Burada $C_3(K)$, $C_4(K)$ *sabitləri* ν *və* $f(x)$ *-dən asılı deyildirlər.*

Teorem 0.0.7 –dən aşağıdakı nəticələr alınır :

Nəticə 6. *Teorem 0.0.7 –nin şərtləri ödəndikdə aşağıdakı qiymətləndirlər doğrudur:*

$$\Delta_{\nu}(K,f) \le C_5(K)\nu^{-\alpha}\|f\|_{B^{\alpha}_{p,\theta}(G)}, \quad r=1, \quad f \in B^{\alpha}_{p,\theta}(G); \tag{0.0.17}$$

$$\Delta_{\nu}(K,f) \le C_6(K)\omega(\nu^{-1})\begin{cases} \|f\|_p^{\omega} & , \quad r>1 \\ (1+R(\nu))\|f\|_p^{\omega} & , \quad r=1, \end{cases} \quad , \quad f \in H^{\omega}_p(G). \tag{0.0.18}$$

Burada Tutaq ki, $r=1$ *və Teorem 0.0.7-nin şərtləri ödənir. Onda ixtiyari* $f(x) \in H^{\omega}_p(G)$ *funkdiyası üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur.*

$$\Delta_{\nu}(K,f) = O(\omega(\nu^{-1})\ln\nu), \quad \nu \to +\infty, \tag{0.0.19}$$

əgər əlaə olaraq $\omega_1(P_2,\delta) = O(\ln^{-\gamma}\delta^{-1})$, $\delta \to +0$, $\gamma > 0$ *olduğunu tələb etsək onda* $\nu \to +\infty$ *olduqda*

$$\Delta_{\nu}(K,f) = O\left(\omega(\nu^{-1})\ln^{\frac{1}{1+\gamma}}\nu\right)B(\gamma), \tag{0.0.20}$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Burada «O» simvolu $f(x)$ *funksiyasından asılıdır,*

	$B(\gamma)=2^{\gamma}\gamma^{-\frac{\gamma}{1+\gamma}}+2\gamma^{-\frac{1}{1+\gamma}}$. *Xüsusi halda* $\gamma=1$, $p=1$, $f(x)\in W_1^1(G)$ *olduqda* $\Delta_\nu(K,f)=O\left(\nu^{-1}\ln^{\frac{1}{2}}\nu\right)$, $\nu\to+\infty$ *qiymətləndirməsi doğrudur.*
2	Layihənin həyata keçirilməsi üzrə planda nəzərdə tutulmuş işlərin yerinə yetirilmə dərəcəsi (cari rüb üçün, faizlə qiymətləndirməli)
	(burada doldurmalı) 100 %
3	Hesabat dövründə alınmış **elmi nəticələr**, onların yenilik dərəcəsi
	(burada doldurmalı) • $W_p^1(G),\ \rho>1,\ G=(0,1)$ Sobolev siniflərindən olan funksiyaların üçüncü tərtib cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun məxsusi funksiyaları üzrə spektral ayrılışlarının $\overline{G}=[0,1]$ parçasında mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılıb və bu parçada müntəzəm yığılma sürətləri qiymətləndirilib. • $f(x)\in W_1^1(G),\ G=(0,1)$ sinfindən olan funksiyanın üçüncü tərtib cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun məxsusi funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılışının parçada mütləq və müntəzəm yığılması isbat olunub və bu ayrılışın qalığı $C(\overline{G})$ metrikasında qiymətləndirilib. • $L_p(G),\ \rho\geq 1,$ sinfindən olan funksiyanın üçüncü tərtib cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun kök funksiyaları üzrə spektral ayrılışının triqonometrik ayrılışla kompaktda müntəzəm birgəyığılması haqqında teorem isbat olunub. $H_p^\omega(G),\ B_{\rho,\theta}^\alpha(G)$ siniflərindən olan funksiyalar üçün kompaktda müntəzəm birgəyığılma sürəti qiymətləndirilib. • $W_2^1(G),\ G=(0,1)$ sinfindən olan funksiyanın üçüncü tərtib adi diferensial operatorun kök funksiyaları sistemi üzrə biortoqonal ayrılışının $\overline{G}=[0,1]$ parçasında mütləq və müntəzəm yığılması haqqında teoremlər isbat olunub və bu parçada müntəzəm yığılma sürəti tapılıb.
4	Layihənin yerinə yetirilməsi zamanı istifadə olunan üsul və yanaşmalar
	(burada doldurmalı) İşdə diferensial operatorlar nəzəriyyəsinin , funksional analiz nəzəriyyəsinin və harmonik analiz nəzəriyyəsinin üsullarından istifadə olunmuşdur
5	Layihə üzrə elmi nəşrlər (məqalələr, monoqrafiyalar, icmallar, konfrans materialları, tezislər) (dərc olunmuş, çapa qəbul olunmuş və çapa göndərilmişləri ayrılıqda qeyd etməklə) *(surətlərini əlavə etməli!)*
	(burada doldurmalı)
6	İxtira və patentlər, səmərələşdirici təkliflər
	(burada doldurmalı) -
7	Layihə üzrə ezamiyyətlər
	(burada doldurmalı) -
8	Layihə üzrə elmi ekspedisiyalarda iştirak
	(burada doldurmalı) -
9	Layihə üzrə digər tədbirlərdə iştirak
	(burada doldurmalı) -

10	Layihə mövzusu üzrə elmi məruzələr (seminarlar, konfranslar, dəyirmi masalar və s. çıxışlar)
	(burada doldurmalı)- İstanbul Universitetində Online seminarlarlar keçirilmişdir
11	Layihə üzrə əldə olunmuş cihaz, avadanlıq və qurğular, mal və materiallar
	(burada doldurmalı) -
12	Yerli həmkarlarla əlaqələr
	(burada doldurmalı) -
13	Xarici həmkarlarla əlaqələr
	(burada doldurmalı) İstanbul Universiteti M.V.LomonosovMoskva Dövlət Universiteti
14	Layihə mövzusu üzrə kadr hazırlığı
	(burada doldurmalı) -
15	Sərgilərdə iştirak
	(burada doldurmalı) -
16	Təcrübəartırmada iştirak və təcrübə mübadiləsi
	(burada doldurmalı) -
17	Layihə mövzusu ilə bağlı elmi-kütləvi nəşrlər, kütləvi informasiya vasitələrində çıxışlar, yeni yaradılmış internet səhifələri və s.
	(burada doldurmalı) -

Layihə rəhbərinin imzası ____________________

Tarix ____________________

QEYD: bütün hallarda uyğun olan bəndlər doldurulmalıdır.