



# AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ PREZİDENTİ YANINDA ELMİN İNKİŞAFI FONDU

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Elmin İnkişafı Fondunun  
Elmi-tədqiqat layihələri üzrə əsas qrant müsabiqəsinin  
(EIF-ETL-2020-2(36)) qalibi olmuş  
layihənin yerinə yetirilməsi üzrə

## YEKUN ELMİ-TEKNİKİ HESABAT

Layihənin adı: **Semi-Markov və innovasiyalı avtoregression proseslərlə təsvir olunan təsadüfi dolaşmaların tədqiqi və onların tətbiqləri**

Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **Əliyev Rövşən Telman oğlu**

Qrantın məbləği: **50 000 manat**

Layihənin nömrəsi: **EIF-ETL-2020-2(36)-16/05/1-M-05**

Müqavilənin imzalanma tarixi: **01 mart 2021 – ci il**

Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **12 ay**

Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **01 aprel 2021-ci il– 01 aprel 2022-ci il**

**Diqqət! Bütün məlumatlar 12 ölçülü Arial şrifti ilə, 1 intervalla doldurulmalıdır**

**Diqqət! Uyğun məlumat olmadığı təqdirdə müvafiq bölmə boş buraxılır**

Hesabatda aşağıdakı məsələlər işıqlandırılmalıdır:

1	Layihənin həyata keçirilməsi üzrə yerinə yetirilmiş işlər, istifadə olunmuş üsul və yanaşmalar  Layihə çərçivəsində baxılan məsələlərin həlli üçün təsadüfi prosesləri nəzəriyyəsinin, ümumi erqodiklik nəzəriyyəsinin fundamental faktlarından, qeyri-sərhəd məsələləri nəzəriyyəsinin metodlarından, həmçinin limit teoremlərinin isbat üsullarından, Karamatanın düzdün dəyişən funksiyalar nəzəriyyəsinin mühüm nəticələrindən, fuzzy çoxluqlar nəzəriyyəsinin elementlərindən həmçinin R proqramlaşdırma mühitindən istifadə olunmuşdur.
2	Layihənin həyata keçirilməsi üzrə planda nəzərdə tutulmuş işlərin yerinə yetirilmə dərəcəsi (faizlə qiymətləndirməli) 100%
3	Hesabat dövründə alınmış <b>elmi nəticələr</b> (onların yenilik dərəcəsi, elmi və təcrübi əhəmiyyəti, nəticələrin istifadəsi və tətbiqi mümkün olan sahələr aydın şəkildə göstərilməlidir)
	Bir çox iqtisadi məsələlərin həlli zamanı riyazi model kimi çıxış edən bir tərtibli innovasiyalı

avtoreqression proselərle təsvir olunan həyəcansız və həyəcanlanmış Markov və semi Markov təsadüfi dolaşmaları üçün xətti və qeyri-xətti sərhəd məsələlərini tədqiq edilməsi nəzərdə tutulmuşdur.

Layihə çərçivəsində  $X(t) = \max\{s, \zeta_{n+1} - Y_{v(t)} + Y_{N_n}\}$ ,  $\gamma_n \leq t < \gamma_{n+1}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  semi-Markov prosesinə baxılmış, və prosesin komponentlərindən birinin ağır qalıqlı paylanmaya malik olduğu fərz edilərək prosesin erqodik xarakteristikaları üçün limit teoremləri isbat olunmuşdur.

Fərz edək ki,  $\{\xi_n\}$ ,  $\{\eta_n\}$  və  $\{\theta_n\}$ ,  $n \geq 1$  müəyyən  $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$  ehtimal fəzasında təyin olunmuş üç asılı olmayan müsbət təsadüfi kəmiyyətlər ardıcılığıdır, belə ki, hər bir ardıcılığın daxilindəki təsadüfi kəmiyyətlər də bir-birindən asılı deyillər və eyni qanunla paylanmışlar.

Elmi ədəbiyyatda  $\eta_i$  təsadüfi kəmiyyətinin sonsuz riyazi gözləməyə malik olduğu hal üçün bərpa nəzəriyyəsi ilə bağlı maraqlı işlər mövcuddur. Qeyd edək ki,  $E\eta_i = \infty$  olduğu zaman bərpa nəzəriyyəsi ilə bağlı işlərdə fərz olunur ki,  $F(x)$  paylanmasının uzantısı

$$1 - F(x) = x^{-\alpha} l(x), \quad 0 \leq \alpha \leq 1,$$

şəklindədir, burada  $l(x)$  sonsuzluqda zəif dəyişən funksiyadır, yeni istənilən  $t > 0$  üçün  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{l(tx)}{l(x)} = 1$  münasibəti doğrudur. Bu halda deyirlər ki,  $\eta$  düzgün dəyişən uzantılı paylanmaya malikdir.

*Fərz edək ki,  $\{\xi_n\}$ ,  $\{\eta_n\}$  və  $\{\theta_n\}$ ,  $n \geq 1$  ardıcılıqları aşağıdakı şərtləri ödəyir:*

i)  $E\xi_1 < \infty$ ;

ii)  $\eta_1$  arifmetik olmayan paylanmaya malikdir və Kramer şərti ödənilmir, yəni bütün  $\mu > 0$  üçün

$$E(e^{\mu\eta_1}) = \int_0^{\infty} e^{\mu x} dF(x) = \infty;$$

iii)  $E\theta_1 < \infty$ .

Bu şərtlər daxilində  $W_{\beta}(t) \equiv \frac{1}{\beta}(X(t) - s)$ ,  $\beta \equiv S - s$  prosesinin erqodik paylanmasının asimptotik davranışı tədqiq olunmuşdur.  $Q_{W_{\beta}}(x)$  ilə  $W_{\beta}(t)$  prosesinin erqodik paylanmasını işarə edək, yəni

$$Q_{W_{\beta}}(x) \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} P\{W_{\beta}(t) \leq x\}, \quad x \in [0, 1].$$

Hesabat dövründə baxılan semi markov prosesinin erqodik xarakteristikaları üçün aşağıdakı nəticələr əldə edilmişdir:

**Teorem 1.** *Fərz edək ki, i) – iii) şərtləri ödənilir və  $1 - F(x) = x^{-\alpha} l(x)$ ,  $0 \leq \alpha \leq 1$ , burada  $l(x)$  sonsuzluqda zəif dəyişən funksiyadır. Onda ixtiyari  $x \in [0, 1]$  üçün  $\beta \rightarrow \infty$  olduqda aşağıdakı asimptotik ekvivalentliklər doğrudur:*

a)  $Q_{W_{\beta}}(x) \sim R_{\alpha, \beta}(x)$ ,  $0 < \alpha < 1$ ,

$$\text{burada } R_{\alpha, \beta}(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 1 \\ 1 - (1-x)^{\alpha+1} \left(1 + \frac{\pi\alpha}{\sin \pi\alpha} \frac{K l(\beta)}{\beta}\right)^{-1}, & x \in [0, 1]; K = \frac{E\theta_1}{E\xi_1} \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

b)  $Q_{W_{\beta}}(x) \sim 1 - (1-x)^2 \left(1 + \frac{K l_1(\beta)}{\beta}\right)^{-1}$ ,  $\alpha = 1$ ,

$$\text{burada } l_1(\beta) \equiv \int_0^{\beta} [1 - F(x)] dx;$$

$$v) Q_{W_\beta}(x) \sim 1 - (1-x)(1 + K\Gamma(\beta))^{-1}, \alpha = 0.$$

**Teorem 2.** Fərz edək ki, teorem 1-in şərtləri ödənilir. Onda istənilən  $x \in [0,1]$  üçün  $\beta \rightarrow \infty$  olduqda:

$$a) Q_{W_\beta}(x) \rightarrow G_\alpha(x), 0 < \alpha < 1;$$

$$b) Q_{W_\beta}(x) \rightarrow G_1(x) \equiv x(2-x), \alpha = 1;$$

$$v) Q_{W_\beta}(x) \rightarrow G_0(x) \equiv x, \alpha = 0,$$

$$\text{burada } G_\alpha(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 1 \\ 1 - (1-x)^{\alpha+1}, & x \in [0,1), 0 \leq \alpha \leq 1. \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Beləliklə, baxılan semi Markov təsadüfi prosesinin erqodik paylanması limit funksiyası tapılmışdır.

Bu nəticədən istifadə olunaraq həmçinin prosesin erqodik momentlərinin asimptorik davranışı da tədqiq olunmuşdur.

$\{\zeta_n\}, n \geq 1$  təsadüfi kəmiyyətlərinin paylanması qeyri-səlis ədədlər olduğu fərz edilərək erqodik paylanma üçün aşağıdakı ifadə əldə edilmişdir:

$$\tilde{Q}_X(x) = 1 - \frac{\tilde{\mu}x}{\tilde{\lambda} + \tilde{\beta}\tilde{\mu} + \tilde{\lambda}K} \tilde{g}_{\tilde{\beta},\tilde{\lambda}}(x) + \frac{\tilde{\lambda} + \tilde{\beta}\tilde{\mu} - \tilde{\lambda}\tilde{\mu}x}{\tilde{\lambda} + \tilde{\beta}\tilde{\mu} + \tilde{\lambda}K} (1 - \tilde{G}_{\tilde{\beta},\tilde{\lambda}}(x)),$$

burada

$$\tilde{g}_{\tilde{\beta},\tilde{\lambda}}(x) = \frac{\tilde{\lambda}^{\tilde{\beta}}}{\Gamma(\tilde{\beta})} x^{\tilde{\beta}-1} e^{-\tilde{\lambda}x}, \quad \tilde{G}_{\tilde{\beta},\tilde{\lambda}}(x) = \frac{\tilde{\lambda}^{\tilde{\beta}}}{\Gamma(\tilde{\beta})} \int_0^x t^{\tilde{\beta}-1} e^{-\tilde{\lambda}t} dt.$$

Bundan başqa prosesin erqodik paylanması üçün  $\alpha$ -səviyyə tapılmışdır:

$$\tilde{Q}_X(x, \mu, \tilde{\beta}, \tilde{\lambda})[\alpha] = [Q_1^\alpha(x), Q_2^\alpha(x)],$$

burada

$$Q_1^\alpha(x) = \min\{Q_X(x, \mu, \beta, \lambda) | \beta \in \beta[\alpha], \lambda \in \lambda[\alpha]\};$$

$$Q_2^\alpha(x) = \max\{Q_X(x, \mu, \beta, \lambda) | \beta \in \beta[\alpha], \lambda \in \lambda[\alpha]\}.$$

Bundan başqa erqodik paylanma üçün aşağıdakı aproksimasiya düsturu da əldə edilmişdir:

$$\tilde{Q}_X(x, \mu, \tilde{\beta}, \tilde{\lambda}) \cong (Q_1(x)/Q_2(x)/Q_3(x)),$$

burada

$$Q_1(x) = \min\{Q_X(x, \mu, \beta, \lambda) | \beta \in [a_1, a_3], \lambda \in [b_1, b_3]\},$$

$$Q_2(x) = Q_X(x, \mu, a_2, b_2),$$

$$Q_3(x) = \max\{Q_X(x, \mu, \beta, \lambda) | \beta \in [a_1, a_3], \lambda \in [b_1, b_3]\}.$$

Bundan başqa layihədə çərçivəsində Markov asılılığı olan bir tərtibli AR(1) avtoressiv prosesinə də baxılmışdır:

$$X_n = \beta X_{n-1} + \xi_n, \quad n \geq 1,$$

burada  $\beta \in R = (-\infty, +\infty)$  müəyyən qeyd olunmuş ədəddir,  $\{\xi_n\}$  asılı olmayan və eyni paylanmaya malik təsadüfi kəmiyyətlərdir və  $X_0$  - başlanğıc vəziyyətinin  $\{\xi_n\}$ -dan asılı olmadığı fərz edilir.

Zamana görə bircins və fəzada qismən bircins olan Markov zənciri əmələ gətirən  $X_n$  proses üçün qeyri-xətti sərhəd məsələlərini qoyularaq həll edilmişdir.

İsbat edilmişdir ki, əgər  $E\xi_1 = 0, D\xi_1 = 1, EX_0^2 < \infty$   $0 < |\beta| < 1$  olarsa, bu halda ixtiyari  $x \in R$  üçün

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left( \sqrt{n} \left( \frac{T_n}{n} - \lambda \right) \leq x \right) = \Phi(x\delta),$$

Burada  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy$ .

Layihə çərçivəsində həll edilmiş digər məsələ markov təsadüfi dolaşması ilə əmələ gətirən AR(1) birinci tərtib avtoreqression təsadüfi prosesinin qeyri-xətti sərhəddə ilk dəfə çatma anı olan

$$\tau_a = \inf\{n \geq 1: D_n \geq a\sqrt{n}\}$$

ailəsinin müntəzəm inteqrallanması məsələsi, eləcə də  $E\tau_a$  gözləməsini  $a \rightarrow \infty$  olduqda asimptotik davranışı öyrənilmişdir, burada  $a \geq 0$ ,  $D_n = \frac{T_n^2}{S_n}$ ,  $n \geq 1$ ,  $T_n = \sum_{k=1}^n X_k X_{k-1}$ ;  $S_n = \sum_{k=1}^n X_{k-1}^2$ ,  $n \geq 1$ .

- 4 Layihə üzrə **elmi nəşrlər** (elmi jurnallarda məqalələr, monoqrafiyalar, icmallar, konfrans materiallarında məqalələr, tezislər) (dərc olunmuş, çapa qəbul olunmuş və çapa göndərilmişləri ayrılıqda qeyd etməklə, uyğun məlumat - jurnalın adı, nömrəsi, cildi, səhifələri, nəşriyyat, indeksi, Impact Factor, həmmüəlliflər və s. bunun kimi məlumatlar - ciddi şəkildə dəqiq olaraq göstərilməlidir) *(surətlərini kağız üzərində və CD şəklinə əlavə etməli!)*

#### Layihə çərçivəsində aşağıdakı məqalələr nəşr olunmuşdur:

1. Khrystyna M. Yakymyshyn, Iryna B. Bazylevych, Soltan A. Aliyev. 2021. Limit theorems for homogeneous branching processes with migration. "Transactions of Azerbaijan National Academy of Science Series of physical-technical & mathematics science 41, 4, 2021, pp.141-152; <http://trans.imm.az/volumes/41-4/>, DOI: - <http://trans.imm.az/volumes/41-4/4104-15.pdf>
2. Rahimov, F.G., Ibadova, I.A., Guliyeva L.V. 2021. On one family of first passage times of a Markov random walk described by an autoregressive process AR(1) for nonlinear boundaries. Transactions of Azerbaijan National Academy of Science Series Informatics and Control Problems 41, Issue 2, pp.40-46 journal homepage: [www.icp.az](http://www.icp.az), pp.40-46, <https://www.doi.org/10.54381/icp.2021.2.07>
3. S.A.Aliyev, İ.A.İbadova, V.S.Xelilov. 2021 Limit theorems for the moment of the first reaching a high level by branching processes. Azərb.Respublikası Təhsil Nazirliyi Naxçıvan Dövlət Universitrti, Elmi əsərlər Fizika-Riyaziyyat və Texniki elmlər seriyası №4 (113), pp.9-13, <https://ndu.edu.az/wp-content/uploads/Elmi%20Eserler/d%C9%99qiq%202021.pdf>
4. Aliyev, R.T., Rahimov, F., Farhadova, A. 2022. On the first passage time of the parabolic boundary by the Markov random walk. Communications in Statistics - Theory and Methods, 2022, 1, pp.1–10 <https://doi.org/10.1080/03610926.2021.2024852> ([tandfonline.com](http://tandfonline.com)) (web of science impact factor **0.893**)

**Layihə çərçivəsində aşağıdakı məqalələr çap olunmaq üçün müxtəlif elmi jurnallara göndərilmişdir:**

1.Soltan A. Aliyev, Fada G. Rahimov, Irada A.Ibadova. Limit theorems for the Markov random walks describes by the generalization of avtoregressive process of order one  $AR(1)$  Trans. of NAS of Azerbaijan jurnalına göndərilmişdir.

2. Rovshan Telman Aliyev, Fada Rahimov, Aynura Farhadova. On the uniform integrability of a family of moments of the first intersection of a parabola by a perturbed random walk described by an autoregressive process  $AR(1)$ . Communications in Statistics - Theory and Methods (Glarivate analitics şirkətinin web of science impact factor 0.893) jurnalına göndərilmişdir.

3. Rovshan Aliyev. Asymptotic behavior for the some probability characteristics of the semi-markov process with a heavy tailed distributed component, Turkic World Mathematical Society (TWMS) Journal of Pure and Applied Mathematics” (Glarivate analitics şirkətinin web of science impact factor 1.4) jurnalına göndərilmişdir.

4. Rahimov F.H., Ibadova I.A., Farhadova A.D. “Central limit theorem for the family of the first passage times beyond level by Markov random walk described by the autoregression process of order one ( $AR(1)$ )” adlı məqalə Glarivate analitics şirkətinin web of science bazasına daxil olan impact faktora malik “Applied and Computational Mathematics” jurnalına göndərilmişdir.

5. Rovshan Aliyev, Veli Bayramov. On the asymptotic expansion for the mathematical expectation of the renewal-reward process with dependent components and heavy-tailed inter-arrival times. Glarivate analitics şirkətinin web of science bazasına daxil olan (impact factor 0.8) malik “Теория вероятности и ее применение” jurnalına göndərilmişdir.

6. Hilala Javarova, Rovshan Aliyev. Applications of autoregressive process  $AR(1)$  for the analysis of some finance indexes adlı elmi məqalə “Transactions of Azerbaijan National Academy of Sceince series Informatics and Control Problems” jurnalına göndərilmişdir.

5 İxtira və patentlər, səmərələşdirici təkliflər

6 Layihə üzrə ezamiyyətlər (ezamiyyə baş tutmuş təşkilatın adı, şəhər və ölkə, ezamiyyə tarixləri, həmçinin ezamiyyə vaxtı baş tutmuş müzakirələr, görüşlər, seminarlarda çıxışlar və s. dəqiq göstərilməlidir)

7 Layihə üzrə elmi ekspedisiyalarda iştirak (əgər varsa)

8 Layihə üzrə digər tədbirlərdə iştirak

9 Layihə mövzusu üzrə elmi məruzələr (seminar, dəyirmi masa, konfrans, qurultay, simpozium və s. çıxışlar) (məlumat tam şəkildə göstərilməlidir: a) məruzənin növü: plenar, dəvətli, şifahi və ya divar məruzəsi; b) tədbirin kateqoriyası: ölkədaxili, regional, beynəlxalq)

(burada doldurmalı)

Layihə çərçivəsində aşağıdakı elmi konfranslarda məruzələr edilmişdir:

1. Rovshan Aliyev, Urfan Aliyev. On a semi-Markovian stochastic process with fuzzy gamma

distributed interference of chance. "1<sup>st</sup> International Lotfi A.Zadeh conference: Fuzzy Logic and Applications", December 20-21, 2021, Baku State University, Baku, Azerbaijan beynəlxalq elmi konfransının materiallarına təqdim olunmuşdur.

2. Hilala Jafarova, Rovshan Aliyev. Perturbed Markov random walk described by the autoregressive process AR(1) with insurance application, Proceeding of Karabakh II International Congress of Applied Sciences of ANAS, IKSAD Global Publishing House, [https://www.scienceazerbaijan.org/\\_files/ugd/614b1f\\_b8dd077aa251409f990f7c4e53f68d8b.pdf](https://www.scienceazerbaijan.org/_files/ugd/614b1f_b8dd077aa251409f990f7c4e53f68d8b.pdf)

3. Hilala Jafarova, Rovshan Aliyev. The perturbed Markov random walk described by the Autoregressive Process AR(1) with finance application, International Conference on Problems of Logistics, Management and Operation in the East-West Transport Corridor (PLMO), October 27-29, 2021, pp.262-263, IEEE beynəlxalq elmi konfransının materiallarına qəbul edilmişdir.

4. Hilala Jafarova, Rovshan Aliyev. Applications of autoregressive process for Forecasting of some stock indexes, 8th World on Conference Soft Computing, February 03-06, 2022, Springer publication, beynəlxalq elmi konfransının materiallarına qəbul edilmişdir.

10 Layihə üzrə əldə olunmuş cihaz, avadanlıq və qurğular, mal və materiallar, komplektləşdirmə məmullatları

11 Yerli həmkarlarla əlaqələr

12 Xarici həmkarlarla əlaqələr

13 Layihə mövzusu üzrə kadr hazırlığı (əgər varsa)

BDU-nun doktorantları Aynurə Fərhadova və Leyla Quliyeva, həmçinin magistrant Urfan Əliyev Layihə mövzusu üzrə elmi araşdırmalarda iştiraka cəlb edilmişdir.

14 Sərgilərdə iştirak (əgər baş tutubsa)

15 Təcrübəartırmada iştirak və təcrübə mübadiləsi (əgər baş tutubsa)

16 Layihə mövzusu ilə bağlı elmi-kütləvi nəşrlər, kütləvi informasiya vasitələrində çıxışlar, yeni yaradılmış internet səhifələri və s. (məlumatı tam şəkildə göstərməlidir)

**SİFARİŞÇİ:**

**Elmin İnkişafı Fondu**

**Baş məsləhətçi**

**Quliyeva Mülayim Sahib qızı**

\_\_\_\_\_  
(imza)

**İCRAÇI:**

**Layihə rəhbəri**

**Əliyev Rövşən Telman oğlu**

\_\_\_\_\_  
(imza)

“ \_ ” \_\_\_\_\_ 2022-ci il

“ ” \_\_\_\_\_ 2022-ci il



**AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ PREZİDENTİ YANINDA**  
**ELMİN İNKİŞAFI FONDU**

MÜQAVİLƏYƏ ƏLAVƏ

**Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Elmin İnkişafı Fondunun**  
**Elmi-tədqiqat layihələri üzrə əsas qrant müsabiqəsinin**  
**(EIF-ETL-2020-2(36)) qalibi olmuş**  
**layihənin yerinə yetirilməsi üzrə**

**ALINMIŞ NƏTİCƏLƏRİN ƏMƏLİ (TƏCRÜBİ) HƏYATA KEÇİRİLMƏSİ**  
**VƏ LAYİHƏNİN NƏTİCƏLƏRİNDƏN GƏLƏCƏK TƏDQIQATLARD**  
**İSTİFADƏ PERSPEKTİVLƏRİ HAQQINDA**  
**MƏLUMAT VƏRƏQİ**

(Qaydalar üzrə Əlavə 16)

Layihənin adı: **Semi-Markov və innovasiyalı avtoregression proseslərlə təsvir olunan təsadüfi dolaşmaların tədqiqi və onların tətbiqləri**

Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **Əliyev Rövşən Telman oğlu**

Qrantın məbləği: **50 000 manat**

Layihənin nömrəsi: **EIF-ETL-2020-2(36)-16/05/1-M-05**

Müqavilənin imzalanma tarixi: **01 mart 2021 – ci il**

Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **12 ay**

Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **01 aprel 2021-ci il– 01 aprel 2022-ci il**

**Diqqət! Bütün məlumatlar 12 ölçülü Arial şrifti ilə, 1 intervalla doldurulmalıdır**

**Layihənin nəticələrinin əməli (təcrübi) həyata keçirilməsi**

**1**

Layihənin əsas əməli (təcrübi) nəticələri, bu nəticələrin məlum analoqlar ilə müqayisəli xarakteristikası

Layihə çərçivəsində tədqiq olunan semi-markov təsadüfi prosesinin komponentlərindən biri ağır qalıqlı paylanmaya malik olduqda onun erqodik paylanması və momentləri üçün asimptotik ekvivalentliklər alınmışdır. Bu layihəyə qədər olan məlum analoqlarda isə yalnız yüngül qalıqlı paylanmalar halına baxılmış idi.

Layihə çərçivəsində qamma paylanmaya malik komponenti olan semi-Markov prosesi qurulmuş, bu prosesin erqodik paylanması tapılmışdır. Baxdığımız məsələ daha geniş paylanmalar sinfi olan qamma paylanması halında qoyulmuş və həll edilmişdir. Baxılan



məsələnin yenilik dərəcəsi ondan ibarətdir ki, L.Zadənin qeyri-səlis nəzəriyyəsinin üsulları da istifadə olunaraq qeyri-klassik riyazi model qurulmuş və approksimasiya düsturu əldə edilmişdir.

Layihə çərçivəsində həll edilmiş digər məsələ markov təsadüfi dolaşması ilə əmələ gətirən  $AR(1)$  birinci tərtib avtoreqression təsadüfi prosesinin parabolik sərhəddə ilk dəfə çatma anı ilə bağlıdır. Bir tərtibli  $AR(1)$  avtoreqression prosesi aşağıdakı kimidir:

$$X_n = \beta X_{n-1} + \xi_n, \quad n \geq 1,$$

burada  $\beta \in R = (-\infty, +\infty)$  müəyyən qeyd olunmuş ədəddir,  $\{\xi_n\}$  asılı olmayan və eyni paylanmaya malik təsadüfi kəmiyyətlərdir və  $X_0$  - başlanğıc vəziyyətinin  $\{\xi_n\}$  -dan asılı olmadığı fərz edilir. Bu layihəyə qədər olan məlum analoqlarda qeyri-xətti sərhəd məsələləri asılı olmayan və eyni paylanmaya malik təsadüfi dolaşmalar üçün həll edilmişdir. Lakin bu layihə çərçivəsində baxılan məsələnin yenilik dərəcəsi ondan ibarətdir ki, markov asılılığına malik təsadüfi dolaşmanın parabolik sərhədi ilk dəfə kəsmə anı ailəsinin inteqrallanan olması isbat olunmuş, həmçinin bu ailənin riyazi gözləməsi üçün asimptotik ayrılış əldə edilmişdir.

Bundan başqa Layihə çərçivəsində baxılan məsələnin yenilik dərəcəsi ondan ibarətdir ki, markov asılılığına malik təsadüfi dolaşmanın parabolik sərhədi ilk dəfə kəsmə anı ailəsinin inteqrallanan olması isbat olunmuş, həmçinin bu ailənin riyazi gözləməsi üçün asimptotik ayrılış əldə edilmişdir. Bundan başqabu ailə üçün qeyri klassik hal üçün mərkəzi limit teoremi isbat edilmişdir.

Layihənin tətbiqi nəticələri R proqnozlaşdırma mühitindən istifadə olunaraq müəyyən maliyyə indekslərinin qiymət dəyişmələrinin avtoreqression proseslərlə adekvat təsvirinə əsaslanmışdır. Bir tərtibli  $AR(1)$  avtoreqressiv prosesi ilə təsvir olunan Markov təsadüfi dolaşmalarının R proqramlaşdırma dilində dünya iqtisadiyyatını istiqamətini bildiren S&P500 and Nasdaq indekslərinin qiymətinin dəyişməsinə araşdırılması üçün tətbiq olunmuşdur. 01.01.2017-01.08.2021 zaman aralığında araşdırmalar onu deməyə imkan verir ki, S&P500 and Nasdaq indeksləri üçün avtoreqressiya modellərinin adekvatlığı COVID-19 pandemiyasından əvvəlki (01.01.2017-01.01.2019) və sonarkı (01.01.2019-01.01.2021) müddətdə yüksəkdir.

Tədqiqat zamanı araşdırılan indekslərin təsviri statistikasını, avtoreqressiya modelinin adekvatlığını ifadə edən göstəricilər hesablanmışdır, eyni zamanda zaman sıralarından asılı qrafik analiz aparılmışdır. Digər təcrübə nəticə tarixlərində bazar kapitallaşmasına əsaslanan dünyanın ən böyük 5 sığorta şirkətinin maliyyə aktivləri üçün avtoreqressiv  $AR(1)$  prosesinin qurulması olmuşdur. Alınan nəticələr pandemiyanın sığorta sektoruna təsirlərini qiymətləndirməyə, yüksək adekvatlıq göstəricisinə malik proqnoz modelini təyin etməyə imkan verir.

Avtoreqressiya modelindən alınan nəticələrin analoqları ilə müqayisəsi aşağıdakı kimidir: Geniş imkanlarına görə müxtəlif reqressiya prosedurlarına əsaslanan identifikasiya üsulları həm xətti, həm də qeyri-xətti proseslərə tətbiq edilir və eyni zamanda bir neçə girişin identifikasiyasını asanlaşdırır. Bundan əlavə, reqressiya üsulları real vaxt rejimində identifikasiya etməyə imkan verir, çünki onlar sistemin normal işləməsi zamanı əldə edilə bilən giriş və çıxış siqnallarının ölçülməsinə əsaslanır.

Zaman sırasının və proqnozlaşdırmanın əsas tendensiyasını təsvir etmək üçün başqa bir yanaşma avtoreqressiv modeldir. Onun qurulmasından əvvəl tədqiq olunan seriyada avtokorrelyasiyanın mövcudluğunun qiymətləndirilməsi aparılır.

Avtokorrelyasiya zaman seriyasının ardıcıl dəyərləri (səviyyələri) arasındakı əlaqədir. Birinci dərəcəli avtokorrelyasiya zaman seriyasındakı bitişik dəyərlər arasındakı asılılıq dərəcəsini qiymətləndirir. İkinci dərəcəli avtokorrelyasiya iki vaxt intervalı ilə ayrılmış dəyərlər arasındakı əlaqənin gücünü və s. qiymətləndirir.

ARİMA verilmiş zaman seriyasını öz keçmiş dəyərlərinə, yəni öz gecikmiş proqnoz xətlərinə əsaslanaraq "izah edən" modellər sinfidir ki, gələcək dəyərləri proqnozlaşdırır. Nümunələri nümayiş etdirən istənilən "mövsümliliyi olmayan" zaman sırası ARİMA ilə modelləşdirilə bilər.

Ümumiləşdirilmiş AvtoRegressiv Şərti Heteroskedastiklik (GARCH) dispersiya xətasının ardıcıl avtokorrelyasiya olduğu zaman seriyası məlumatlarının təhlilində istifadə olunan statistik modeldir. GARCH modelləri xəta dispersiyasının sürüşən orta avtoregressiv prosesinə uyğun olduğunu ehtiva edir.

Təqdim olunmuş bu məqalədə bir tərtibli AR(1) avtoregressiv prosesi ilə təsvir olunan Markov təsadüfi dolaşmalarının R proqramlaşdırma dilində S&P500 and Nasdaq indekslərinin qiymətinin dəyişməsinə araşdırılması üçün tətbiq olunmuşdur. 01.01.2017-01.08.2021 zaman aralığında araşdırmalar onu deməyə imkan verir ki, S&P500 and Nasdaq indeksləri üçün avtoregressiya modellərin adekvatlığı COVID-19 pandemiyasından əvvəlki (01.01.2017-01.01.2019) və sonarkı (01.01.2019-01.01.2021) müddətdə yüksəkdir. Tədqiqat zamanı araşdırılan indekslərin təsviri statistikasi, avtoregressiya modelinin adekvatlığını ifadə edən göstəricilər hesablanmışdır, eyni zamanda zaman sıralarından asılı qrafik analiz aparılmışdır. 01/01/2017-01/09/2021 tarixlərində bazar kapitallaşmasına əsaslanan dünyanın ən böyük 5 sığorta şirkətinin maliyyə aktivləri üçün avtoregressiv AR(1) prosesi tətbiq edilmiş, Covid-19 pandemiyasının sığorta sektoruna təsirləri araşdırılmışdır.

2

Layihənin nəticələrinin əməli (təcrübi) həyata keçirilməsi haqqında məlumat (istehsalatda tətbiq (tətbiqin aktını əlavə etməli); tədris və təhsildə (nəşr olunmuş elmi əsərlər və s. – təhsil sistemində tətbiqin aktını əlavə etməli); bağlanmış xarici müqavilələr və ya beynəlxalq layihələr (kimlə bağlanıb, müqavilənin və ya layihənin nömrəsi, adı, tarixi və dəyəri); dövlət proqramlarında (dövlət orqanının adı, qərarın nömrəsi və tarixi); ixtira üçün alınmış patentlərdə (patentin nömrəsi, verilmə tarixi, ixtiranın adı); və digərlərində)

*(burada doldurmalı)*

1. Hilala Javaroğlu, Rovshan Aliyev. Applications of autoregressive process AR (1) for the analysis of some finance indexes adlı elmi məqalə "Transactions of Azerbaijan National Academy of Science series Informatics and Control Problems" jurnalına çapa təqdim edilmişdir.
2. Rovshan Aliyev, Urfan Aliyev. On a semi-Markovian stochastic process with fuzzy gamma distributed inference of chance. "1<sup>st</sup> International Lotfi A.Zadeh conference: Fuzzy Logic and Applications", December 20-21, 2021, Baku State University, Baku, Azerbaijan beynəlxalq elmi konfransının materiallarına təqdim olunmuşdur.
3. Hilala Jafarova, Rovshan Aliyev, Perturbed Markov random walk described by the autoregressive process AR(1) with insurance application, Proceeding of Karabakh II International Congress of Applied Sciences of ANAS, IKSAD Global Publishing House, [https://www.scienceazerbaijan.org/\\_files/ugd/614b1f\\_b8dd077aa251409f990f7c4e53f68d8b.pdf](https://www.scienceazerbaijan.org/_files/ugd/614b1f_b8dd077aa251409f990f7c4e53f68d8b.pdf)
4. Hilala Jafarova, Rovshan Aliyev. Applications of autoregressive process for Forecasting of

some stock indexes, 8th World on Conference Soft Computing, February 03-06, 2022, Springer publication, beynəlxalq elmi konfransının materiallarına qəbul edilmişdir.

## 1. Layihənin nəticələrindən gələcək tədqiqatlarda istifadə perspektivləri

1

Nəticələrin istifadəsi perspektivləri (fundamental, tətbiqi və axtarış-innovasiya yönü elmi-tədqiqat layihə və proqramlarında; dövlət proqramlarında; dövlət qurumlarının sahə tədqiqat proqramlarında; ixtira və patent üçün verilmiş ərizələrdə; beynəlxalq layihələrdə; və digərlərində)

*(burada doldurulmalı)*

Layihə çərçivəsində alınmış elmi nəticələr ehtimal nəzəriyyəsinin müxtəlif tətbiq sahələri olan ardıcıl statistik analiz, ehtiyatların idarə olunması nəzəriyyəsi, sığorta və maliyyə nəzəriyyələrində istifadə oluna bilər. 01/01/2012-01/01/2022 tarixləri üçün S&P500 və NASDAQ indekslərinə tətbiqi ilə üçüncü dərəcəli avtoregressiv AR(3) prosesini araşdırın. Araşdırmanın nəticələri göstərdi ki, Covid-19 pandemiyasının mənfi təsirləri birja indekslərinə təsirsiz ötürməyib. S&P500 və Nasdaq indeksləri üçün AR(3) modelinin adekvatlıq əmsalları yüksək olsa da, avtoregressiv modelin digər şərtləri qənaətbəxş deyil. Buna sübut kimi hər iki indeks üçün pandemiyadan əvvəlki dövr üçün AR(3) modeli (01.01.2012-01.01.2019) yaradılmış və məlum olmuşdur ki, AR(2) modeli qarşılandı. 01/01/2012-01/01/2022 vaxt intervalı üçün NASDAQ indeksinin dəyişmə faizi 460% təşkil edib. Bu, S&P500 indeksindən təxminən iki dəfə çoxdur. Layihədə tədqiq olunan məsələlər və onların tədqiqat metodları maliyyə və sığorta bazarında daha dərin tədqiqat perspektivlərini yaradır. Layihə çərçivəsində həmçinin qamma paylanmaya malik komponenti olan semi-Markov prosesi qurulmuş, bu prosesin erqodik paylanması tapılmışdır. Baxdığımız məsələnin daha geniş paylanmalar sinfi üçün qoyulub həll edilməsi perspektivi yaranmışdır.

**SİFARIŞÇI:**

**Elmin İnkişafı Fondu**

**Baş məsləhətçi**

**Quliyeva Mülayim Sahib qızı**

\_\_\_\_\_  
(imza)

“ \_ ” \_\_\_\_\_ 20\_ -ci il

**İCRAÇI:**

**Layihə rəhbəri**

**Əliyev Rövşən Telman oğlu**

\_\_\_\_\_  
(imza)

“ \_ ” \_\_\_\_\_ 20\_ -ci il



**AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ PREZİDENTİ YANINDA  
ELMİN İNKİŞAFI FONDU**

MÜQAVİLƏYƏ ƏLAVƏ

**Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Elmin İnkişafı Fondunun  
Elmi-tədqiqat layihələri üzrə əsas qrant müsabiqəsinin  
(EIF-ETL-2020-2(36)) qalibi olmuş  
layihənin yerinə yetirilməsi üzrə**

**ALINMIŞ ELMİ MƏHSUL HAQQINDA MƏLUMAT  
(Qaydalar üzrə Əlavə 17)**

Layihənin adı: **Semi-Markov və innovasiyalı avtoregression proseslərlə təsvir olunan təsadüfi dolaşmaların tədqiqi və onların tətbiqləri**

Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **Əliyev Rövşən Telman oğlu**

Qrantın məbləği: **50 000 manat**

Layihənin nömrəsi: **EIF-ETL-2020-2(36)-16/05/1-M-05**

Müqavilənin imzalanma tarixi: **01 mart 2021 – ci il**

Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **12 ay**

Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **01 aprel 2021-ci il– 01 aprel 2022-ci il**

**Diqqət! Bütün məlumatlar 12 ölçülü Arial şrifti ilə, 1 intervalla doldurulmalıdır**

**1. Elmi əsərlər (sayı)**

№	Tamliq dərəcəsi	Dərc olunmuş	Çapa qəbul olunmuş və ya çapda olan	Çapa göndərilmiş
	Elmi məhsulun növü			
1.	Monoqrafiyalar			
	həmçinin, xaricdə çap olunmuş			
2.	Məqalələr	4	0	6
	həmçinin xarici nəşrlərdə			

3.	Konfrans materiallarında məqalələr O cümlədən, beynəlxalq konfrans materiallarında	1	3	
4.	Məruzələrin tezisləri həmçinin, beynəlxalq tədbirlərin toplusunda			
5.	Digər (icmal, atlas, kataloq və s.)			

## 2. İxtira və patentlər (sayı)

No	Elmi məhsulun növü	Alınmış	Verilmiş	Ərizəsi verilmiş
1.	Patent, patent almaq üçün ərizə			
2.	İxtira			
3.	Səmərələşdirici təklif			

## 3. Elmi tədbirlərdə məruzələr (sayı)

No	Tədbirin adı (seminar, dəyirmi masa, konfrans, qurultay, simpozium və s.)	Tədbirin kateqoriyası (ölkədaxili, regional, beynəlxalq)	Məruzənin növü (plenary, dəvətli, şifahi, divar)	Sayı
1.				
2.				
3.				

### SİFARİŞÇİ:

Elmin İnkişafı Fondu

### Baş məsləhətçi

Quliyeva Mülayim Sahib qızı

(imza)

“ \_ ” \_\_\_\_\_ 20\_-ci il

### İCRAÇI:

### Layihə rəhbəri

Əliyev Rövşən Telman oğlu

(imza)

“ \_ ” \_\_\_\_\_ 20\_-ci il