AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ PREZİDENTİ YANINDA ELMİN İNKİŞAFI FONDU

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Elmin İnkişafı Fondunun elmi-tədqiqat proqramlarının, layihələrinin və digər elmi tədbirlərin maliyyələşdirilməsi məqsədi ilə qrantların verilməsi üzrə 2011-ci il üçün Gənc Alim və Mütəxəssislərin müsabiqəsinin (EİF/GAM-2011-2(4)) qalibi olmuş və yerinə yetirilmiş layihə üzrə

YEKUN ELMİ-TEXNİKİ HESABAT

Layihənin adı: **Həyəcanlanmış eksponent sisteminin Lebeq fəzalarında bazislik xassələrinin tədqiqi**
Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **Muradov Toğrul Rafael oğlu**
Qrantın məbləği: **4 000 manat**
Layihənin nömrəsi: **EİF/GAM-1-2011-2(4)-26/04/1-M-09**
Müqavilənin imzalanma tarixi: **8 may 2012-ci il**
Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **12 ay**
Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **1 iyun 2012-ci il – 31 may 2013-cü il**

Diqqət! Bütün məlumatlar 12 ölçülü Arial şrifti ilə, 1 intervalla doldurulmalıdır
Diqqət! Uyğun məlumat olmadığı təqdirdə müvafiq bölmə boş buraxılır

Hesabatda aşağıdakı məsələlər işıqlandırılmalıdır:

1	Layihənin həyata keçirilməsi üzrə yerinə yetirilmiş işlər, istifadə olunmuş üsul və yanaşmalar
	1-ci mərhələ: Məsələnin qoyuluşu, köməkçi tərif, hökm lemma və teoremlərin daxil edilməsi İşin məqsədi $\left\{e^{i\lambda_n(t)}\right\}_{n\in Z}$, (1) eksponent sistemi və onun həyəcanlanmasının dəyişən $L_{p(\cdot)}$ tərtibli ümumiləşmiş Lebeq fəzalarında bazisliyini öyrənməkdir. Bir çox xüsusi törəməli tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin dəyişənlərinə ayırma üsulu ilə həlli uyğun adi diferensial tənliyin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin $L_{p(\cdot)}$ və $W^m_{p(\cdot)}$

fəzalarında bazislik xassələrinin araşdırılmasını tələb edir. Burada $\lambda_n(t) = nt - \alpha(t) signn, \quad n \in Z, \alpha(t)$ funksiyası $[-\pi;\pi]$ parçasında hissə-hissə kəsilməz funksiyadır. İşdə müəyyən şərtlər daxilində (1) eksponent sisteminin ümumiləşmiş Lebeq fəzalarında bazisliyinin araşdırılması nəzərdə tutulur. (1) eksponent sisteminin L_p fəzala-rında bazislik xassələrinə Peli-Vinerin [1] məşhur nəticələrindən baş-layaraq çoxlu sayda elmi işlər həsr edilmişdir. Bu sahədə alınmış bir çox nəticələr N.Levinsonun [2] monoqrafiyasında işıqlandırılmışdır. $L_p, 1 < p < \infty$, fəzasın-da bazisliyi üçün zəruri və kafi şərt ($\alpha \in R$ parametrinə nəzərən) [3-4] işlərində tapılmışdır. Daha ümumi hallar [5-6] işlərində baxılmışdır. Son vaxtlar riyazi fizikanın və müxanikanın məsələlərinin tətbiqləri ilə əlaqədar $L_{p(\cdot)}$ və $W^k_{p(\cdot)}$ Sobolev fəzasında bu və digər məsələlərin öyrənilməsinə maraq artıb. Maraqlandırılan məsələlərlə [7-11] işlərində geniş tanış olmaq olar.

Baxılan məsələ $\alpha(t) \equiv \alpha t, \ \alpha = 0$ halında İ.Şarapudinov [12] tərəfindən və $\alpha \in R$ halında B.Bilalov, Z.Hüseynov [13;14] tərəfindən araşdırılmışdır. Həmçinin (1) sisteminin $L_{p(\cdot)}$-də bazisliyi $\lambda_n(t) \equiv -\mathrm{sign} n[\alpha t + \beta \mathrm{sign} t], \ t \in [-\pi;\pi], \ \alpha, \beta \in C$ (α, β - kompleks parametrlərdir) halında B.Bilalov, Z.Hüseynov [15] tərəfindən baxılmışdır.

ZƏRURİ ANLAYIŞLAR VƏ FAKTLAR. ƏSAS FƏRZIYYƏLƏR

$L_{p(\cdot)}$ fəzalar nəzəriyyəsindən bəzi məlumatları daxil edək. Tutaq ki, $p:[-\pi,\pi] \to [1,+\infty)$ bəzi Lebeq üzrə ölçülən funksiyadır. $[-\pi,\pi]$ parçasında ölçülən (Lebeq ölçüsünə nəzərən) funksiyalar sinfini $\mathcal{L}_0$ ilə işarə edək. Aşağadakı işarədən istifadə edək: $I_p(f) \overset{def}{\equiv} \int_{-\pi}^{\pi} |f(t)|^{p(t)} dt$. Tutaq ki, $\mathcal{L} \equiv \{f \in \mathcal{L}_0 : I_p(f) < +\infty\}$ və $p^{\pm} = \sup\limits_{[-\pi,\pi]} vrai\, p(t)^{\pm 1}$. $1 \le p^- \le p^+ < +\infty$ şərtlər ödənildikdə $\mathcal{L}$ funksiyaların cəmlənməsi və ədədə vurulması adi xətti əməllərə nəzərən, xətti fəzaya çevrilir.

$\|f\|_{p(\cdot)} \overset{def}{\equiv} \inf \left\{ \lambda > 0 : I_p\left(\frac{f}{\lambda}\right) \le 1 \right\}$ norması üzrə $\mathcal{L}$ fəzası Banax fəzasıdır, onu $L_{p(\cdot)}$ ilə işarə edək. Tutaq ki,

$$WL_\pi \overset{def}{\equiv} \left\{ p(t): \ p(\pi) = p(-\pi), \exists C > 0 \ \ \forall t_1, t_2 \in [-\pi,\pi]: \ |t_1 - t_2| \le \frac{1}{2} \Rightarrow \right.$$
$$\left. \Rightarrow |p(t_1) - p(t_2)| \le \frac{C}{-\ln|t_1 - t_2|} \right\}.$$

Bu $[-\pi,\pi]$ parçasında periodik funksiyaların zəif Lipşits sinfidir. Bundan sonra $q(t)$ ilə $p(t)$ funksiyasına qoşma funksiyanı işarə edirik: $\frac{1}{p(t)} + \frac{1}{q(t)} \equiv 1$. Aşağıdakı ümumiləşmiş Hölder bərabərsizliyi ödənilir:

$$\int_{-\pi}^{\pi} |f(t) g(t)| dt \le c(p^-; p^+) \|f\|_{p(\cdot)} \|g\|_{q(\cdot)},$$

burada $c(p^-; p^+) = 1 + \frac{1}{p^-} - \frac{1}{p^+}$.

Xassə A. *Əgər* $|f(t)| \le |g(t)|$ $(-\pi,\pi)$ *intervalında sanki hər yerdə ödənilirsə, onda* $\|f\|_{p(\cdot)} \le \|g\|_{p(\cdot)}$.
Bu xassədən tez-tez istifadə edəcəyik.

Aşağıdakı lemma asan isbat edilir.

Lemma 1. *Tutaq ki,* $p \in WL_\pi, \ p(t) > 0, \forall t \in [-\pi,\pi]$ *və* $\{\alpha_i\}_1^m \subset R$ *(*$R-$ *həqiqi oxdur). Əgər*

$\alpha_i > -\frac{1}{p(t_i)}$, $\forall i=\overline{1,m}$; *harada* $\{t_i\}_1^m \subset [-\pi,\pi]$, $t_i \neq t_j$, $i \neq j$ *olduqda*, $\omega(t)=\prod_{i=1}^m |t-t_i|^{\alpha_i}$ *funksiyası* $L_{p(\cdot)}$ *fəzasına aiddir.*

Bu və digər nəticələrlə [7-11] işlərdə tanış olmaq olar. Fərz edək ki, $\alpha(t)$ funksiyası aşağıdakı əsas fərziyyələri ödəyir:

(α) $\alpha(t)-[-\pi,\pi]$*-də parça-parça Hölder funksiyadır,* $\{s_k\}$ $:-\pi = s_0 < s_1 < ... < s_r < s_{r+1} = = \pi - (-\pi,\pi)$*-də onun (разрыв) nöqtələridir. Tutaq ki,* $\{h_k\}_1^r : h_k = \alpha(s_k+0)-\alpha(s_k-0)$, $k=\overline{1,r}-$ $\alpha(t)$ *funksiyasının* s_k *nöqtələrində sıçrayışlarıdır və* $h_0 = \frac{\alpha(-\pi)-\alpha(\pi)}{\pi}$.

$$(\beta) \quad \left\{\frac{h_k}{\pi}-\frac{1}{p(s_k)} : k=\overline{0,r}\right\} \cap Z = \varnothing .$$

$\{n_k\}_1^r \subset Z$ *aşağıdakı bərabərsizlikdən təyin edək:*

$$-\frac{1}{q(s_k)} < \frac{h_k}{\pi} + n_{k-1} - n_k < \frac{1}{p(s_k)}, \; n_0 = 0, k=\overline{1,r} .$$

Fərz edək ki, $\omega_\pi = h_0 + n_r$.

Analitik funksiyaların Xardi siniflərini təyin edək. Tutaq ki, $\omega = \{z : |z| < 1\}$ - kompleks səthində vahid dairə və $\partial\omega$ - vahid çevrə. Hardi sinfi $H^+_{p(\cdot)} \equiv \left\{ f : f \;\; \omega-\text{da analitikdir}, \; \|f\|_{H^+_{p(\cdot)}} < +\infty \right\}$, harada $\|f\|_{H^+_{p(\cdot)}} \equiv \sup_{0<r<1} \left\| f\left(re^{it}\right) \right\|_{p(\cdot)}$. $H^+_{p(\cdot)}$ sinfi Banax fəzasıdır, əgər $1 \le p^- \le p^+ < +\infty$. Vahid dairənin xaricində analitik funksiyalar və dərəcəsi sonsuzluqda $m \ge 0$ bərabər və ya kiçik olan ${}_mH^-_{p(\cdot)}$ Hardi sinfini təyin edək. Tutaq ki, $f(z)$ funksiyası $C \setminus \bar{\omega}-\text{da}$ $(\bar{\omega} = \omega \cup \partial\omega)$ analitikdir, sonsozluqda dərəcəsi $m_0 \le m$, yəni $f(z) = f_1(z) + f_2(z)$, harada $f_1(z)$ - m_0 dərəcəli polinomdur, $f_2(z)$ isə sonsuz uzaqlaşdırılmış nöqtə ətrafında $f(z)$ funksiyasının Lorents sırasına ayrılmasının düzgün hissəsidir. $f(z)$ funksiyası ${}_mH^-_{p(\cdot)}$ sinfinə o zaman daxildir ki, əgər $\varphi(z) = \overline{f_2\left(\frac{1}{\bar{z}}\right)}$ ($\overline{(\cdot)}$ - kompleks qoşma) funksiyası $H^+_{p(\cdot)}$ sinfindəndir.

Həmçinin aşağıdakı anlayış və faktlardan istifadə edəcəyik.

Banax fəzasını B-fəza adlandıracayıq, X^* isə X fəzasəna qoşma fəzadır. N - natural ədədlər, $Z_+ = \{0\} \cup N$.

Tərif 1. $\{x_n\}_{n\in N} \subset X$ *sistemi* X B*-fəzasında* ω*-xətti müstəqil o zaman adlanır ki,* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x_n = 0 \Rightarrow a_n = 0$, $\forall n \in N$.

Lemma 2. *Tutaq ki,* X $\{x_n\}_{n\in N}$ *bazisi ilə* B*-fəzadır və* $F : X \to X$ *Fredholm operatorudur. Onda* $\{y_n = Fx_n\}_{n\in N}$ *sisteminin* X *fəzasında aşağadakı xassələri ekvivalentdir:*

1) $\{y_n\}_{n\in N}$ *tamdır; 2)* $\{y_n\}_{n\in N}$ *minimaldır; 3)* $\{y_n\}_{n\in N}$ ω*-xətti müstəqildir;*

4) $\{y_n\}_{n\in N}$ *sistemi* $\{x_n\}_{n\in N}$ *bazisinə izomorfdur.*

Aşağıdakı təriflərdən isttifadə edəcəyik.

Tərif 2. $\{x_n\}_{n\in N}$ *və* $\{y_n\}_{n\in N}$ *sistemləri* $\|\cdot\|$ *normaya malik olan* X B*-fəzada* p*-yaxın adlanır, əgər*

$$\sum_n \|x_n - y_n\|^p < +\infty .$$

Tərif 3. *X B-fəzada qoşması $\{x_n^*\}_{n\in N} \subset X^*$ olan minimal sistem $\{x_n\}_{n\in N} \subset X$ p-sistem adlanır, əgər $\forall x \in X : \{x_n^*(x)\}_{n\in N} \in l_p$, harada l_p $\|\{a_n\}_{n\in N}\|_{l_p} = \left(\sum_n |a_n|^p\right)^{\frac{1}{p}}$ norması ilə $\{a_n\}_{n\in N}$ skalyarlar ardıcıllıqlarından ibarət olan adi fəzadır.* Bazislik halında bu sistemi p-bazis adlandıracayıq.

Bu və digər faktlar barədə [16;17] monoqrafiyalarında və [18;19] işlərində tanış olmaq olar. Həmçinin aşağıdakı Kreyn-Milman-Rutman [20] teoremindən istifadə edəcəyik.

Teorem KMR. *Tutaq ki, X $\{x_n\}_{n\in N}$ normallaşdırılmış bazisinə malik, $\|\cdot\|$ norması ilə B-fəzadır, $\{x_n^*\}_{n\in N} \subset X^*$ ona biortoqonal sistemdir. Əgər $\{y_n\}_{n\in N} \subset X$ sistemi $\sum_{n=1}^{\infty}\|x_n - y_n\| < \eta^{-1}, \eta = \sup_n \|x_n^*\|$ şərtini ödəyirsə, onda o X fəzasında $\{x_n\}_{n\in N}$-ə izomorf bazisdir.*

Lemma 3. *Tutaq ki, X $\{x_n\}_{n\in N}$ bazisinə malik B-fəzadır və $\{x_n^*\}_{n\in N} \subset X^*$ $\{x_n\}_{n\in N}$ sisteminə biortoqonal sistemdir. Fərz edək ki, $\{y_n\}_{n\in N} \subset X$ sistemi $\{x_n\}_{n\in N}$ sistemindən elementlərin son sayı ilə fərqlənir, yəni $y_n = x_n, \forall n \geq n_0 + 1$. Onda, $\{y_n\}_{n\in N}$ sistemi X fəzasında qeyri minimaldır, əgər $\Delta_{n_0} = \det\left(x_n^*(y_k)\right)_{n,k=\overline{1,n_0}} = 0$ şərti ödənilir.*

2-ci mərhələ:

I. İkiqat $\{A(t)e^{\mathrm{int}}; B(t)e^{-ikt}\}_{n\in Z_+;k\in N}$ system $L_{p(\cdot)}(-\pi,\pi)$ basis əmələ gətirdiyi halda, $L_{p(\cdot)}$ fəzasında $\{e^{\mathrm{int}}\}_{n\in Z}$ klassik eksponent sisteminə izomorfluğun tədqiqi

II. Banax fəzalarında operator əmsallı ikiqat sistemlərin bazislərinə baxılmışdır. Bazislik üçün zəruri şərt tapılmışdır və konkret misal gətirilmişdir.

I. ***Teorem 1.*** *Tutaq ki, $p \in WL_\pi$, $p^- > 1$ və $A^{\pm 1}, B^{\pm 1} \in L_\infty(-\pi,\pi)$. Əgər $\{A(t)e^{\mathrm{int}};\ B(t)e^{-ikt}\}_{n\in Z_+;k\in N}$ ikiqat eksponent sistemi $L_{p(\cdot)}(-\pi,\pi)$ fəzasında bazis təşkil edirsə, onda $L_{p(\cdot)}$ fəzasında $\{e^{\mathrm{int}}\}_{n\in Z}$ klassik eksponent sisteminə izomorfdur və bu izomorfizm S operatoru ilə aşağadakı şəkildə təyin edilir:*

$$Sf = A\sum_0^{\infty}\left(f, e^{inx}\right)e^{\mathrm{int}} + B\sum_1^{\infty}\left(f, e^{-inx}\right)e^{-\mathrm{int}},$$

burada $(f,g) = \int_{-\pi}^{\pi} f(t)\overline{g(t)}dt.$

Bu teoremin isbatı [21] işinə analoji isbat edilir.

Teorem 2. *Tutaq ki, (1) sistemi $L_p, 1 < p < +\infty$ fəzasında bazis təşkil edir. Onda aşağadakılar ddoğrudur:*

1) tutaq ki, $1 < p \le 2$ və $f \in L_p$. Onda $\{f_n\}_{n \in Z} \in l_q$ və aşağadakı bərabərsizlik doğrudur

$$\left\| \{f_n\}_{n \in Z} \right\|_{l_q} \le m_p \|f\|_p ,$$

harada $m_p -$ f-dən asılı olmayan konstant, $\|\cdot\|_p -$ L_p-də adi norma.

2) tutaq ki, $p > 2$ və $\{a_n\}_{n \in Z}$ ədədlər ardıcıllığı l_q-yə daxildir. Onda $\exists f \in L_p$, $f_n = a_n$, $\forall n \in Z$ və

$$\|f\|_p \le M_p \left\| \{f_n\}_{n \in Z} \right\|_{l_q} ,$$

harada $M_p -$ $\{f_n\}_{n \in Z}$ asılı olmayan sabit.

Aşağadakı bircins Riman məsələsinə baxılır

$$\left.\begin{array}{l} F^+(\tau) - G(\tau) F^-(\tau) = 0 \,, \tau \in \partial\omega, \\ F^+ \in H^+_{p(\cdot)} \,, \; F^- \in_m H^-_{p(\cdot)} . \end{array}\right\} \qquad (2)$$

Bu bircins Riman məsələsi üçün aşağadakı teorem doğrudur.

***Teorem 3.** Tutaq ki, $p \in WL_\pi$, $p^- > 1$, $G(e^{it}) = e^{2i\alpha(t)}$, harada $\alpha(t)$ funksiyası (α) şərtini ödəyir və aşağadakı bərabərsizliklər ödənilir:*

$$-\frac{1}{q(\pi)} < \frac{h_0}{\pi} < \frac{1}{p(\pi)} \,; \; -\frac{1}{q(s_k)} < \frac{h_k}{\pi} < \frac{1}{p(s_k)} , \; k = \overline{1, r} \; .$$

Onda (2) bircins Riman məsələsinin ümumi həlli $F(z) = Z(z) P_{m_0}(z)$, $m_0 \le m$ şəklində göstərilə bilər, harada $Z(z)$ - kanonik həlldir.

Bu teoremdən aşağadakı nəticəni alırıq

***Nəticə 1.** Tutaq ki, teorem 3-də olan bütün şərtlər ödənilir. Onda, $F^-(\infty) = 0$ olduğu halda, yəni $H^+_{p(\cdot)} \times {}_{-1}H^-_{p(\cdot)}$ sinfində, (2) bircins məsələsinin ancaq trivial həlli var.*

Aşağadakı qeyri bircins Riman məsələsinə baxılır

$$\begin{array}{l} F^+(\tau) - G(\tau) F^-(\tau) = f(\tau), \; \tau \in \partial\omega, \\ F^+ \in H^+_{p(\cdot)}, \; F^- \in {}_m H^-_{p(\cdot)}, \end{array} \qquad (3)$$

harada $f \in L_{p(\cdot)}$ və $G(\tau) = e^{2i\alpha(\arg\tau)}$. Koşi tipli inteqrala baxılır

$$F_1(z) = \frac{Z(z)}{2\pi i} \int_{\partial\omega} \frac{f(\tau)}{Z^+(\tau)} \frac{d\tau}{\tau - z}, \qquad (4)$$

harada $Z^+(\tau)$ - ω vahid dairənin daxilində $Z(z)$ funksiyasının $\partial\omega$ üzərində qeyri toxunan sərhəd qiymətləri.

Teorem 4. *Tutaq ki,* $p \in WL_{\pi}$, $\alpha(t)$ (α) *şərtini ödəyir və aşağadakı bərabərsizliklər ödənilir:*

$$-\frac{1}{q(s_k)} < \frac{h_k}{\pi} < \frac{1}{p(s_k)},\ k=\overline{0,r}. \qquad (5)$$

Onda (3) qeyri bircins Riman məsələsinin ümumi həlli $H^{+}_{p(\cdot)} \times {}_m H^{-}_{p(\cdot)}$ $(m \geq 0)$ *sinfində* $F(z) = Z(z) P_{m_0}(z) + F_1(z)$ *şəklindədir, burada*

$$F_1(z) = \frac{Z(z)}{2\pi i} \int_{\partial\omega} \frac{f(\tau)}{Z^{+}(\tau)} \frac{d\tau}{\tau - z}, \qquad (6)$$

$Z(z)$ *isə ona aid olan bircins məsələsinin kanonik həllidir.*

Nəticə 2. *Tutaq ki, teorem 4-də olan bütün şərtlər ödənilir. Onda, əgər* $F(\infty) = 0$ *şərti ödənilirsə, (3) məsələsinin yeganə* $F_1(z)$ *həlli var və bu həll (6) düsturu ilə ifadə edilir.*

II. İkiqat sistemlərdən olan bazislər $\left\{e^{\mathrm{int}}\right\}_{n\in Z}$ ($Z-$tam ədələr çoxluğudur) klassik eksponent sisteminin təbii ümumiləşmələridir.

$$\left\{e^{i(n+\alpha\, sign\, n)t}\right\}_{n\in Z},$$

eksponent sisteminin həyacanlanması bu ümumiləşmələrə daxildir. Peli-Vinerin [1] və N.Levinsonun [2] işlərindəm başlayaraq bu eksponent sisteminin $L_p(-\pi,\pi)$, $1 \leq p \leq +\infty$, ($L_\infty = C[-\pi,\pi]$) fəzalarında bazislik xassələrinin öyrənilməsi ilə bir çox tanınmış riyaziyyatçılar məşğul olub. Banax fəzasında ikiqat sisteminin bazisliyi üçün zəruri şərt göstərilir. Alınan nəticələr konkret hallarda tətbiq edilir. $\alpha(t)$ ölçülən funksiyasına nəzərən qiymətləndirmənin dəqiqliyini təyin etməyə imkan verir. Bu ölçülən funksiya

$$\left\{e^{i(nt+\alpha(t) sign n)}\right\}_{n\in Z}, \qquad (7)$$

eksponent sisteminin $L_p(-\pi,\pi)$, $1 < p < +\infty$ fəzasında bazisliyini təmin edir. Qeyd etmək lazımdır ki, (7) növlü sistemlər Furye üsulu ilə riyazi fizika məsələlərinin həlli zamanı əmələ gəlir.

3-cü mərhələ: Müəyyən şərtlər daxilində $\left\{e^{i\lambda_n(t)}\right\}_{n\in Z}$ **eksponent sisteminin** $L_{p(\cdot)}$ **fəzasında bazis əmələ gətirməsinin tədqiqi.**

(1) sisteminə baxılır. Bu sistemin bazisliyi haqqında aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 5. *Tutaq ki,* $p \in WL_{\pi}$, $p^{-} > 1$, $\alpha(t)$ *funksiyası* (α) *şərtini ödəyir. Əgər (5) bərabərsizlikləri ödənilirsə, onda (1) eksponent sistemi* $L_{p(\cdot)}$ *fəzasında bazis təşkil edir.*

İsbat. Tutaq ki, $\forall f \in L_{p(\cdot)}$ və aşağadakı qeyri bircins Riman məsələsinə baxırıq:

$$F^{+}(\tau)+G(\tau)F^{-}(\tau)=e^{i\alpha(\arg\tau)}f(\arg\tau),\ \tau\in\partial\omega,$$
$$F^{+}\in H^{+}_{p(\cdot)}\times {}_{m}H^{-}_{p(\cdot)},\ F(\infty)=0. \qquad (7)$$

Fərz edək ki, $p\in WL_{\pi}$, $\alpha(t)$ funksiyası (α) şərtini ödəyir və (5) bərabərsizlələri ödənilir. Onda nəticə 2-yə əsasən məsələ (7) yeqanə həllə malikdir və bu həll (6) düsturu ilə ifadə olunur. Şarapudinovun işinin [12] nəticələrinə əsasən $\left\{e^{\mathrm{int}}\right\}_{n\in Z}$ eksponent sistemi $L_{p(\cdot)}$ fəzasında bazis təşkil edir. $g\in L_{p(\cdot)}$ funksiyasının $\left\{e^{\mathrm{int}}\right\}_{n\in Z}$ sistemi üzrə biortoqonal əmsallarını $\left\{g_n\right\}_{n\in Z}$ -lə işarə edirik, yəni

$$g_n=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}g(t)e^{-\mathrm{int}}dt,\ n\in Z.$$

Aydındır ki, $F^{\pm}\left(e^{it}\right)\in L_{p(\cdot)}$ və $F\in H^{+}_{p(\cdot)}\times {}_{m}H^{-}_{p(\cdot)},\ F(\infty)=0$ şərtindən $F^{+}_{n}=0,\ \forall n>0;\ F^{-}_{n}=0,\ n\geq 0$ nəticəsi çıxır. Beləliklə, $L_{p(\cdot)}$ fəzasında aşağıdakı ayrılmalar mövcuddur:

$$F^{+}\left(e^{it}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}F^{+}_{n}e^{\mathrm{int}};\ F^{-}\left(e^{it}\right)=\sum_{n=1}^{\infty}F^{-}_{-n}e^{-\mathrm{int}}.$$

Bu ayrılmalardan (7) düsturunda istifadə edərək alırıq ki, f funksiyası $L_{p(\cdot)}$ fəzasında (1) sistemi üzrə sıraya ayrılır. Bu ayrılmanın yeganəliyini isbat edək. Tutaq ki, $e^{-i\alpha(t)}\sum_{n=0}^{\infty}a_n e^{\mathrm{int}}+e^{i\alpha(t)}\sum_{n=1}^{\infty}b_n e^{-\mathrm{int}}=0,$ $f(t)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n e^{\mathrm{int}},\ g(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\overline{b_{n+1}}e^{\mathrm{int}}.$

Nəticədə,

$$A(t)f(t)+B(t)\overline{g(t)}=0,\ t\in\left(-\pi,\pi\right), \qquad (8)$$

burada $A(t)=e^{-i\alpha(t)},\ B(t)=e^{-i[\alpha(t)-t]}$. Aydındır ki,

$$\int_{\partial\omega}f(\arg\tau)\tau^{n}d\tau=\sum_{k=0}^{\infty}a_k\int_{\partial\omega}\tau^{n+k}d\tau=0,\ \forall n\geq 0. \qquad (9)$$

Danilyukun [22] aldığı nəticələrə əsasən (9) düsturundan və $f\in L_1(\partial\omega)$ şərtindən alırıq ki, $\exists G\in H^{+}_{1}:\ G^{+}(\tau)=f(\arg\tau),$ *sanki hər yerdə* $\tau\in\partial\omega$. Fərz edək ki, $\Phi_0(z)=\overline{G\left(\frac{1}{\overline{z}}\right)},\ |z|>1.$ Yəni $\Phi^{-}_{0}(\tau)=\overline{G^{+}(\tau)},\ \tau\in\partial\omega,$ burada $\Phi^{-}_{0}(\tau)$ - vahid dairənin xaricində $\Phi_0(z)$ funksiyasının $\partial\omega$ üzərində qeyri toxunan sərhəd qiymətləri. Aydındır ki, $G^{+},\ \Phi^{-}_{0}\in L_{p(\cdot)}(\partial\omega)$. Nəticədə Smirnov [23] teoremindən alırıq ki, $G\in H^{+}_{p(\cdot)},\ \Phi_0\in {}_{0}H^{-}_{p(\cdot)}$. Fərz edək ki, $\Phi(z)=z^{-1}\Phi_0(z)$. Buradan $\Phi\in {}_{-1}H^{-}_{p(\cdot)}$, yəni $\Phi(\infty)=0$ və

$$G^{+}\left(e^{it}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n e^{\mathrm{int}};\ G^{+}\left(e^{it}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\overline{b_{n+1}}e^{\mathrm{int}}.$$

Beləliklə,

$$\Phi_0^-\left(e^{it}\right)=\overline{G^+\left(e^{it}\right)}=\sum_{n=0}^{\infty}b_{n+1}e^{-\mathrm{int}},\ \Phi^-\left(e^{it}\right)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n e^{-\mathrm{int}}.$$

(8) düsturundan $H_{p(\cdot)}^+\times{}_{-1}H_{p(\cdot)}^-$ sinflərində aşağadakı qoşma məsələsini alırıq:

$$G^+(\tau)+G(\tau)\Phi^-(\tau)=0,\ \tau\in\partial\omega,$$
$$(G;\Phi)\in H_{p(\cdot)}^+\times{}_{-1}H_{p(\cdot)}^-.$$

Teorem 2-nin bütün şərtləri ödənildiyi üçün, nəticə 1-dən alırıq ki, $G(z)\equiv\Phi(z)\equiv 0$, yəni $a_n=b_{n+1}=0,\ \forall n\geq 0$. Bununla da (1) sisteminin $L_{p(\cdot)}$ fəzasında bazisliyi isbat olundu.

4-cü mərhələ: Əlavə bərabərsizliklərin ödənildiyi halda $\left\{e^{i\mu_n(t)}\right\}_{n\in Z}$ sisteminin $L_{p(\cdot)}$ fəzasında tamlıq, minimallıq, ω-xətti müstəqil xassələrinin ekvivalentliyinin tədqiqi.

Aşağadakı həyacanlanmış eksponent sisteminə baxırıq

$$\left\{e^{i\mu_n(t)}\right\}_{n\in Z}, \tag{10}$$

burada $\mu_n(t)$ aşağıdakı düsturla ifadə edilir

$$\mu_n(t)=nt-\alpha(t)sign\,n+\beta_n(t),\ \text{при}\ n\to\infty. \tag{11}$$

Fərz edirik ki, (γ) şərti ödənilir:

(γ) $\{\beta_n\}$ *funksiyası aşağadakı şərti ödəyir*

$$\beta_n(t)=O\left(\frac{1}{n^{\gamma_k}}\right),\ t\in(s_k,s_{k+1}),\ k=\overline{0,r};\ \{\gamma_k\}_1^r\subset(0,+\infty).$$

Teorem 6. *Tutaq ki, (11) düsturu ödənilir, burada $\alpha(t)$ və $\beta_n(t)$ funksiyalarına nəzərən (α) və (γ) şərtləri ödənilir. Fərz edək ki,*

$$-\frac{1}{q(\pi)}<\omega_\pi<\frac{1}{p(\pi)},\ \gamma>\frac{1}{\tilde{p}},$$

bərabərsizlikləri ödənilir, burada $\gamma=\min\limits_k\gamma_k$, $\tilde{p}=\min\left\{p^-;2\right\}$ və ω_π (β) şərtindən təyin olunur. Onda (10) sisteminə nəzərən, aşağıdakı xassələr $L_{p(\cdot)}$ fəzalarında ekvivalentdir:

1) tam; 2) minimal; 3) ω-xətti müstəqil; 4) $\left\{e^{\mathrm{int}}\right\}_{n\in Z}$ sisteminə izomorf bazis təşkil edir.

İsbat. Alırıq:

$$\left|e^{i\lambda_n(t)}-e^{i\mu_n(t)}\right|=\left|e^{i\beta_n(t)}-1\right|=\left|\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\beta_n^k(t)}{k!}\right|\leq\sum_{k=1}^{\infty}\frac{Mn^{-\gamma}}{k!}=cn^{-\gamma},$$

burada $\gamma=\min\limits_k\gamma_k$, $c-$ n-dən asılı olmayan sabit. Son bərabərsizlik (γ) şərtindən alınır.

Ayrı-ayrı hallara baxırıq.

Tutaq ki, $\tilde{p} = \min\{p^-;2\}$ və $\gamma > \frac{1}{\tilde{p}}$. Onda

$$\sum_n \left\| e^{i\lambda_n(t)} - e^{i\mu_n(t)} \right\|_{p(\cdot)}^p \le c_p \sum_n \frac{1}{|n|^{\gamma\tilde{p}}} < +\infty .$$

Fərz edək ki, teorem 3-də bütün şərtlər və (5) bərabərsizlikləri ödənilir. Onda (1) sistemi $L_{p(\cdot)}$-də basis təşkil edir. Teorem 1-dən alırıq ki, o $\{e^{\mathrm{int}}\}_{n\in Z}$ klassik eksponent sisteminə $L_{p(\cdot)}$-də izomorfdur. Nəticədə, $\{e^{i\lambda_n(t)}\}_{n\in Z}$ və $\{e^{\mathrm{int}}\}_{n\in Z}$ bazislər əmsalları fəzaları üst-üstə düşür. Tutaq ki, $T: L_{p(\cdot)} \to L_{p(\cdot)}$ adi avtomorfizmdir, yəni $T\left[e^{i\lambda_n(t)}\right] = e^{\mathrm{int}}$, $\forall n \in Z$. $\forall f \in L_{p(\cdot)}$ və fərz edək ki, $\{f_n\}_{n\in Z}$ $\{e^{i\lambda_n(t)}\}_{n\in Z}$ sistemi üzrə f funksiyasının biortoqonal əmsallarıdır. Tutaq ki, $g = Tf$. Beləliklə, $\{f_n\}_{n\in Z}$ - $\{e^{\mathrm{int}}\}_{n\in Z}$ sistemi üzrə g funksiyasının Furye əmsallarıdır. (11) düsturundan və (γ) şərtindən alırıq ki,

$$\sum_{n\in Z} \left\| e^{i\lambda_n(t)} - e^{i\mu_n(t)} \right\|_{p(\cdot)}^{\tilde{p}} < +\infty .$$

$\sum_n \left(e^{i\lambda_n(t)} - e^{i\mu_n(t)}\right) f_n$ ifadəsinə baxaq. Burdan alırıq ki,

$$\sum_{n\in Z} \left\| \left(e^{i\lambda_n(t)} - e^{i\mu_n(t)}\right) f_n \right\|_{p(\cdot)} \le \sum_{n\in Z} \left\| e^{i\lambda_n(t)} - e^{i\mu_n(t)} \right\|_{p(\cdot)} |f_n| \le \left(\sum_{n\in Z} \left\| e^{i\lambda_n(t)} - e^{i\mu_n(t)} \right\|_{p(\cdot)}^{\tilde{p}} \right)^{\frac{1}{\tilde{p}}} \left(\sum_n |f_n|^{\tilde{q}} \right)^{\frac{1}{\tilde{q}}},$$

harada $\frac{1}{\tilde{p}} + \frac{1}{\tilde{q}} = 1$. Xausdorf-Yunq teoremindən [6] istifadə edərək:

$$\left(\sum_n |f_n|^{\tilde{q}} \right)^{\frac{1}{\tilde{q}}} \le m_1 \|g\|_{\tilde{p}} ,$$

burada $m_1 -$ konstantdır. $\tilde{p} \le p^-$ bərabərsizliyindən və $L_{p(\cdot)} \subset L_{\tilde{p}}$ kəsilməz daxiletmədən alırıq ki, $\exists m_2 > 0$:

$$\|g\|_{\tilde{p}} \le m_2 \|g\|_{p(\cdot)} \le m_2 \|T\| \|f\|_{p(\cdot)} .$$

Nəticədə,

$$\left\| \sum_n \left(e^{i\lambda_n(t)} - e^{i\mu_n(t)}\right) f_n \right\|_{p(\cdot)} \le m_1 m_2 \left(\sum_n \left\| e^{i\lambda_n(t)} - e^{i\mu_n(t)} \right\|_{p(\cdot)}^{\tilde{p}} \right)^{\frac{1}{\tilde{p}}} \|f\|_{p(\cdot)} . \qquad (12)$$

$n_0 \in N$ elə seçirik ki,

$$\delta = m_1 m_2 \|T\| \left(\sum_{|n|>n_0} \left\| e^{i\lambda_n(t)} - e^{i\mu_n(t)} \right\|_{p(\cdot)}^{\tilde{p}} \right)^{\frac{1}{\tilde{p}}} < 1 .$$

Tutaq ki,

$$\omega_n(t) = \begin{cases} \lambda_n(t), & |n| > n_0 , \\ \mu_n(t), & |n| \le n_0 . \end{cases}$$

Aydındır ki, aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur:

$$\left\| \sum_n \left(e^{i\omega_n(t)} - e^{i\lambda_n(t)} \right) f_n \right\|_{p(\cdot)} \le \delta \|f\|_{p(\cdot)} . \tag{13}$$

(12) bərabərsizliyindən alırıq ki, $\sum_n \left(e^{i\omega_n(t)} - e^{i\lambda_n(t)} \right) f_n$ ifadəsi $L_{p(\cdot)}$-dən olan funksiyanı ifadə edir, onu $T_0 f$ -lə işarə edək. (13)-ü nəzərə alaraq, $\|T_0\| \le \delta < 1$. Beləliklə, $F = I + T_0$ tərs operatora malikdir və $F\left[e^{i\lambda_n(t)}\right] = e^{i\omega_n t}$, $\forall n \in Z$. Nəticədə, $\left\{e^{i\omega_n(t)}\right\}_{n\in Z}$ sistemi $\left\{e^{i\lambda_n(t)}\right\}_{n\in Z}$ $L_{p(\cdot)}$-də $\left\{e^{i\lambda_n(t)}\right\}_{n\in Z}$ sisteminə izomorf bazis təşkil edir. $\left\{e^{i\mu_n(t)}\right\}_{n\in Z}$ və $\left\{e^{i\omega_n(t)}\right\}_{n\in Z}$ sistemləri əlementlərin son sayı ilə fərqlənir. Araşdərəlan hal üçün isbatın davamını lemma 1-dən alırıq.

$\gamma > 1$ halı araşdıraq. Bu halda $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\| e^{i\lambda_n(t)} - e^{i\mu_n(t)} \right\|_{p(\cdot)} < +\infty$ bərabərsizliyi doğrudur. Tutaq ki, теorem 5-in bütün şərtləri ödənilir. Onda $\left\{e^{i\lambda_n(t)}\right\}_{n\in Z}$ sistemi $L_{p(\cdot)}$-də bazis təşkil edir və ona biortoqonal sistemi $\{\vartheta_n\}_{n\in Z} \subset L_{q(\cdot)}$ ilə işarə edək. Fərz edək ki, $\vartheta = \sup_n \|\vartheta_n\|_{q(\cdot)}$. Aydındır ki, $\exists n_0 \in N$:

$$\sum_{|n| \ge n_0+1} \left\| e^{i\lambda_n(t)} - e^{i\mu_n(t)} \right\|_{p(\cdot)} < \vartheta^{-1} .$$

Aşağıdakı funksiyaları daxil edirik:

$$\tilde{\lambda}_n(t) = \begin{cases} \mu_n(t), & |n| > n_0 , \\ \lambda_n(t), & |n| \le n_0 . \end{cases}$$

Beləliklə,

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\| e^{i\tilde{\lambda}_n(t)} - e^{i\mu_n(t)} \right\|_{p(\cdot)} < \vartheta^{-1} .$$

Onda KMR teoremindən alırıq ki, $\left\{e^{i\tilde{\lambda}_n(t)}\right\}_{n\in Z}$ sistemi $L_{p(\cdot)}$-də $\left\{e^{i\lambda_n(t)}\right\}_{n\in Z}$ sisteminə izomorf bazis təşkil edir. (10) sistemi və $\left\{e^{i\tilde{\lambda}_n(t)}\right\}_{n\in Z}$ bazisi elementlərin son sayı ilə firqlənir. Bu bazisə biortoqonal sistemi $\left\{\tilde{\vartheta}_n\right\}_{n\in Z}$ ilə işarə edək. Aşağıdakı ifadəyə baxaq:

$$e^{i\lambda_k(t)} = \sum_{|n|\le n_0} a_{nk} e^{i\lambda_n(t)} + \sum_{|n|>n_0} a_{nk} e^{i\mu_n(t)}\ ,\ \forall k : |k| \le n_0\ , \tag{14}$$

burada $a_{nk} = \tilde{\vartheta}_n\left(e^{i\lambda_k(t)}\right) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\lambda_k(t)}\overline{\tilde{\vartheta}_n(t)}dt$. Δ_{n_0} ilə aşağıdakı determinantı işarə edək

$$\Delta_{n_0} = \det\left(a_{ij}\right)_{i,j=\overline{-n_0,n_0}}\ . \tag{15}$$

Aydındır ki, əgər $\Delta_{n_0} \ne 0$, onda (14) ifadəsində элементы $e^{i\,\lambda_k(t)}$, $k=\overline{-n_0,n_0}$ elementlərini $e^{i\mu_k(t)}$, $k=\overline{-n_0,n_0}$ elementləri ilə əvəz etmək olar. $\left\{e^{i\tilde{\lambda}_n(t)}\right\}_{n\in Z}$ sistemi $L_{p(\cdot)}$-də bazis təşkil etdiyi üçün, то ixtiyari $\forall f \in L_{p(\cdot)}$ ayrılmaya malikdir: $f = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{\vartheta}_n(f)e^{i\tilde{\lambda}_n(t)}$. Burdan alırıq ki, əgər $\Delta_{n_0} \ne 0$, onda $\forall f \in L_{p(\cdot)}$ (10) sistemi üzrə ayrılır, yəni o $L_{p(\cdot)}$-də tamdır. Aşağıdakı operatora baxırıq:

$$\tilde{F}f = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{\vartheta}_n(f)e^{i\mu_n(t)}\ .$$

Onu belə bir formada göstərmək olar:

$$\tilde{F}f = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{\vartheta}_n(f)e^{i\tilde{\lambda}_n(t)} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{\vartheta}_n(f)\left[e^{i\mu_n(t)} - e^{i\tilde{\lambda}_n(t)}\right] =$$

$$= f + \sum_{n=-n_0}^{n_0} \tilde{\vartheta}_n(f)\left[e^{i\mu_n(t)} - e^{i\tilde{\lambda}_n(t)}\right] = (I+T)f\ ,$$

burada $I : L_{p(\cdot)} \to L_{p(\cdot)}$ vahid operatordur, T - ikinci cəmlənənlə əmələ gəlmiş operatordur. F $L_{p(\cdot)}$-də Fredholm operatorudur, bu ifadənin doğru olması T operatorunun sonlu ölçülü olmasından irəli gəlir. Aydındır ki, $\tilde{F}\left[e^{i\tilde{\lambda}_n}(t)\right] = e^{i\mu_n(t)}$, $\forall n \in Z$. Lemma 2-dən alırıq ki, (10) sistemi L_p-də bazis təşkil edir. Əksinə, əgər (10) sistemi $L_{p(\cdot)}$-də bazisdirsə, onda lemma 3-dən alırıq ki, $\Delta_{n_0} \ne 0$. Beləliklə, biz isbat etdik ki, (10) sistemi müəyyən olunan şərtlər daxilində o zaman $L_{p(\cdot)}$-də bazis təşkil edir ki, (15) ifadəsi ilə təyin olunan determinant sıfırdan fərqli olduqda. Nəticədə, aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 7. *Tutaq ki, teorem 5-in bütün şərtləri ödənilir,* $\gamma > 1$. *Determinant* Δ_{n_0} *(15) ifadəsi ilə təyin olunur. Сисмема (10) sistemi yalnız o zaman* $L_{p(\cdot)}$-də bazis təşkil edirik ki, *determinant* $\Delta_{n_0} \ne 0$.

İndi isə ω_π $\left(-\frac{1}{q(\pi)}, \frac{1}{p(\pi)}\right)$ intervalına daxil olmayan hala baxırıq. Fərz edək ki, məsələn, $\frac{1}{p(\pi)} < \omega_\pi < \frac{1}{p(\pi)} + 1$. Bu halda, teorem 5-dən alırıq ki,

$$\left\{e^{i\mu_n(t)}\right\}_{n\in Z} \cup \left\{e^{i\alpha(t)}\right\}, \qquad (16)$$

sistemi $L_{p(\cdot)}$-də bazis təşkil edir. Aşağıdakı sistemə baxaq:

$$\left\{e^{i\lambda_n(t)}\right\}_{n\in Z} \cup \left\{g(t)\right\}, \qquad (17)$$

burada $g \in L_{p(\cdot)}$ – bəzi funksiyadır. Tutaq ki, (10) sistemi üçün $(\alpha),(\beta)$ və $\gamma > \frac{1}{\tilde{p}}$ şərtləri ödənilir. Onda asan görmək olar ki, (15) sistemi və (16) bazisi $L_{p(\cdot)}$-*də* $\tilde{p}$-yaxın sistemlərdir, harada $\tilde{p} = \min\left\{p^-; 2\right\}$. Beləliklə, (10) sistemi $L_{p(\cdot)}$-də tam deyil. Odigər hallar, $\omega_\pi > \frac{1}{p(\pi)}$, analoji isbat edilir.

$\omega_\pi < -\frac{1}{q(\pi)}$ halına baxaq, məsələn, $\omega_\pi \in \left(-\frac{1}{q(\pi)}-1, -\frac{1}{q(\pi)}\right)$. Bu halda teorem 4-dən alırıq ki,

$$\left\{e^{i\mu_n(t)}\right\}_{n\neq 0}, \qquad (18)$$

sistemi $L_{p(\cdot)}$-də bazis təşkil edir. Əgər $(\alpha),(\beta)$ şərtləri ödənilirsə, onda (18) bazisi və $\left\{e^{i\lambda_n(t)}\right\}_{n\neq 0}$ sistemi $L_{p(\cdot)}$-də $\tilde{p}$-yaxın sistemlərdir. Alırıq ki, (10) sistemi $L_{p(\cdot)}$-də minimal deyil. Digər hallar, $\omega_\pi < -\frac{1}{q(\pi)}$, analoji isbat edilir. Beləliklə, (10) sisteminin $L_{p(\cdot)}$-də bazisliyi üçün aşağadakı nəticəni alırıq.

Teorem 8. *Tutaq ki, (11) assimptotik düsturu doğrudur, burada* $\alpha(t)$ *və* $\beta_n(t)$ *funksiyaları üçün* (α) *və* (γ) *şərtləri ödənilir.* ω_π (β) *şərti ilə təyin olunur və tutaq ki,* $\gamma > \frac{1}{\tilde{p}}$*. Onda,* $\omega_\pi < -\frac{1}{q(\pi)}$ *halında (10) sistemi* $L_{p(\cdot)}$*-də minimal deyil ;* $\omega_\pi > \frac{1}{p(\pi)}$ *- o* $L_{p(\cdot)}$*-də tam deyil . Əgər* $-\frac{1}{q(\pi)} < \omega_\pi < \frac{1}{p(\pi)}$*, (10) sisteminin* $L_{p(\cdot)}$*-də aşağadakı xassələri ekvivalentdir:*

1) $L_{p(\cdot)}$*-də tamdır; 2)* $L_{p(\cdot)}$*-də minimaldır; 3)* $L_{p(\cdot)}$*-də* ω*-xətti müstəqildir;*

4) $L_{p(\cdot)}$*-də* $\left\{e^{int}\right\}_{n\in Z}$ *sisteminə izomorf bazis təşkil edir;*

5) $\Delta_{n_0} \neq 0$*, burada* Δ_{n_0} *– (15) ifadəsi ilə təyin olunur.*

2	Layihənin həyata keçirilməsi üzrə planda nəzərdə tutulmuş işlərin yerinə yetirilmə dərəcəsi (faizlə qiymətləndirməli)
	100%
3	Hesabat dövründə alınmış **elmi nəticələr** (onların yenilik dərəcəsi, elmi və təcrübi əhəmiyyəti, nəticələrin istifadəsi və tətbiqi mümkün olan sahələr aydın şəkildə göstərilməlidir)
	Bir çox xüsusi törəməli tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin dəyişənlərinə ayırma üsulu ilə həlli

uyğun adi diferensial tənliyin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin $L_{p(\cdot)}$ və $W^m_{p(\cdot)}$ fəzalarında bazislik xassələrinin araşdırılmasını tələb edir. Bu fəzada $\left\{e^{i\lambda_n(t)}\right\}_{n\in Z}$ sistemi ilk dəfədir ki araşdırılır, bunun üçün də alınan elmi nəticələr yenidir. İstifadəsi və tətbiqi mümkün olan sahələr: Bazislər nəzəriyyəsi; diferensial tənliklər sistemləri; analitik funksiyalar nəzəriyyəsinin sərhəd məsələləri; mexanikanın və riyazi fizikanın bəzi məsələləri.

Ədəbiyyat

1. Paley R., Wiener N. Fourier Transforms in the Complex Domain, Amer. Math. Soc. Colloq. Publ., 19 (Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1934)
2. Levinson N. Gap and density theorems. New York, 1940.
3. Седлецкий А.М. Биортогональные разложения в рядах экспонент на интервалах вещественной оси. Усп. мат. наук, т. 37, в. 5 (227), (1982), с. 51-95.
4. Моисеев Е.И. Базисность системы экспонент, косинусов и синусов в L_p. ДАН СССР, т. 275, №4 (1984), с. 794-798.
5. Билалов Б.Т. Базисность некоторых систем экспонент, косинусов и синусов, Дифференц. уравн., т. 26, №1 (1990), с. 10-16.
6. Билалов Б.Т. Базисные свойства некоторых систем экспонент, косинусов и синусов. Сиб. мат. жур., т.45, № 2 (2004), с. 264-273.
7. Kovacik O., Rakosnik J. On spaces $L^{p(\cdot)}$ and $W^{k,p(\cdot)}$, Czechoclovak Math. J., 41(116), (1991), p. 592-618.
8. Fan X., Zhao D. On the spaces $L^{p(x)}(\Omega)$ and $W^{m,p(x)}(\Omega)$. Journal of Math. Anal. and Appl., № 263 (2001), p.424-446.
9. L. Diening, P. Hasto, A. Nekvinda. Open Problems in Variable Exponent Lebesgue and Sobolev Spaces, Proceedings, Function Spaces, Differential Operators and Nonlinear Analysis FSDONA 2004, Academy of Sciences of the Czech Republic, Prague, 38-52, (appeared 2005).
10. S. Samko, On a progress in the theory of Lebesgue spaces with variable exponent: maximal and singular operators, Integral Transforms Spec. Funct. 16(5-6), 461–482 (2005).
11. L. Diening, P. Hasto, P. Harjulehto, M. Ruzicka: Lebesgue and Sobolev spaces with variable exponents, Springer Lecture Notes, vol. 2017, Springer-Verlag, Berlin 2011.
12. Шарапудинов И.И. Некоторые вопросы теории приближения в пространствах $L^{p(x)}(E)$. Anal. Math., 33:2 (2007), p. 135-153.
13. Билалов Б.Т., Гусейнов З.Г. Критерий базисности возмущенной системы экспонент в Лебеговых пространствах с переменным показателем суммируемости, Докл. РАН, т.436, 2011, с. 586-589.
14. Bilalov B.T., Guseynov Z.G. Bases from exponents in Lebesgue spaces of functions with variable summability exponent. Trans. of NAS Az., v.XXVII, №1 (2008), p.43-48.
15. Bilalov B.T., Guseynov Z.G. Basicity of a system of exponents with a piecewise linear phase in variable spaces. Medit. Jour. of Math., DOI 10.1007/s00009-011-0135-7, 2011, Springer, Basel AG.
16. Singer I. Bases in Banach spaces, I, Academic Press, 1970, 673 p.
17. Young R.M. An introduction to nonharmonic Fourer series. Springer, 1980, 246 p.
18. Билалов Б.Т. Базисы из экспонент, косинусов и синусов, являющиеся собственными функциями дифференциальных операторов. Дифф. уравнения, т.39, №5 (2003), с. 1-5.
19. Билалов Б.Т., Мурадов Т.Р. Об эквивалентных базисах в банаховых пространствах , Укр.мат.журн., т.59, №4, (2007), с.551-554.
20. Гохберг И.Ц., Маркус А.С. Об устойчивости базисов банаховых и гильбертовых пространств. Изв. АН Молд. ССР, 1962, №5, с. 17-35.
21. Билалов Б.Т. Об изоморфизме двух базисов в L_p. Фундаментальная и прикладная математика, т.1, вып. 4(1995), с. 1091-1094.
22. Danilyuk I.I. Irregular boundary value problems on a plane. Moscow, Nauka, 1975.
23. Kokilashvili V., Paatashvili V. On Hardy classes of analytic functions with a variable exponent. Proc.

	A.Razmadze Math. Ins., 142 (2006), pp. 134-137.
4	Layihə üzrə **elmi nəşrlər** (elmi jurnallarda məqalələr, monoqrafiyalar, icmallar, konfrans materiallarında məqalələr, tezislər) (dərc olunmuş, çapa qəbul olunmuş və çapa göndərilmişləri ayrılıqda qeyd etməklə, uyğun məlumat - jurnalın adı, nömrəsi, cildi, səhifələri, nəşriyyat, indeksi, İmpact Factor, həmmüəlliflər və s. bunun kimi məlumatlar - ciddi şəkildə dəqiq olaraq göstərilməlidir) *(surətlərini kağız üzərində və CD şəklində əlavə etməli!)*
	1. T.R.Muradov, S.R.Sadigova "On basicity of double systems in Banach spaces", Journal of Contemporary Applied Mathematics, v.2, No 1, 2012, p.8-14. (dərc olunub) **2.** T.R.Muradov "Basicity of a perturbed system of exponents in generalized Lebesgue spaces", Mathematia Aeterna, v.2, 2012, №5, p.459-472. (dərc olunub) *Indexed and Abstracted by:* DOAJ - Directory Of Open Access Journals Electronic Journals Library Google Scholar UlrichsWeb/Serials Solutions Zentralblatt MATH **3.** T.R.Muradov "On bases from perturbed system of exponents in Lebesgue spaces with variable summability exponent", Boundary Value Problems. (30 may 2013-cü il tarixində çapa göndərilib) Thomson Reuters (ISI) Impact Factor 0.91.
5	İxtira və patentlər, səmərələşdirici təkliflər
	(burada doldurmalı)
6	Layihə üzrə ezamiyyətlər (ezamiyyə baş tutmuş təşkilatın adı, şəhər və ölkə, ezamiyyə tarixləri, həmçinin ezamiyyə vaxtı baş tutmuş müzakirələr, görüşlər, seminarlarda çıxışlar və s. dəqiq göstərilməlidir)
	Türkiyənin Mersin Universitetinin Fən-ədəbiyyat fakültəsi Matematik Bölümü ilə elmi mübadilə, 3-10 sentyabr 2012-ci il
7	Layihə üzrə elmi ekspedisiyalarda iştirak (əgər varsa)
	(burada doldurmalı)
8	Layihə üzrə digər tədbirlərdə iştirak
	(burada doldurmalı)
9	Layihə mövzusu üzrə elmi məruzələr (seminar, dəyirmi masa, konfrans, qurultay, simpozium və s. çıxışlar) (məlumat tam şəkildə göstərilməlidir: a) məruzənin növü: plenar, dəvətli, şifahi və ya divar məruzəsi; b) tədbirin kateqoriyası: ölkədaxili, regional, beynəlxalq)
	Layihə üzrə aparılan tədqiqatlar AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun ümüminstitut seminarında və digər şöbələrin elmi seminarlarında müzakirə edilmişdir.
10	Layihə üzrə əldə olunmuş cihaz, avadanlıq və qurğular, mal və materiallar, komplektləşdirmə məmulatları
	(burada doldurmalı)
11	Yerli həmkarlarla əlaqələr

	Əli Əhmədov – Bakı Dövlət Universiteti, professor, Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin “Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz” kafedrasının müdiri.
12	Xarici həmkarlarla əlaqələr
	Hans-Peter Blatt – prof., Katholische Universitat Eichstt-İngolstadt (Almaniya); Nazim Kərimov – Mersin Universitetinin professoru (Türkiyə); Heybətqulu Mustafayev – Yüzüncü Yıl Universiteti, Van şəhəri (Türkiyə). Iqor Şevçyuk – prof., Taras Şevçenko adına Kiyev Milli Universitetinin kafedra müdiri (Ukrayna) Şarapudinov İdris İdrosoviç – Dağıstan Dövlət Pedaqoji Universitetinin “Riyazi analiz” kafedrasının müdiri, fiz.-riy.e.d., professor.
13	Layihə mövzusu üzrə kadr hazırlığı (əgər varsa)
	(burada doldurmalı)
14	Sərgilərdə iştirak (əgər baş tutubsa)
	(burada doldurmalı)
15	Təcrübəartırmada iştirak və təcrübə mübadiləsi (əgər baş tutubsa)
	(burada doldurmalı)
16	Layihə mövzusu ilə bağlı elmi-kütləvi nəşrlər, kütləvi informasiya vasitələrində çıxışlar, yeni yaradılmış internet səhifələri və s. (məlumatı tam şəkildə göstərilməlidir)
	(burada doldurmalı)

SİFARİŞÇİ:
Elmin İnkişafı Fondu

Baş məsləhətçi
Həsənova Günel Cahangir qızı

____
(imza)
“ __” ________ 201_-ci il

Baş məsləhətçi
Babayeva Ədilə Əli qızı

____
(imza)
“ __” ________ 201_-ci il

İCRAÇI:

Layihə rəhbəri
Muradov Toğrul Rafael oğlu

____
(imza)
“ __” ________ 201_-ci il

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ PREZİDENTİ YANINDA

ELMİN İNKİŞAFI FONDU

MÜQAVİLƏYƏ ƏLAVƏ

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Elmin İnkişafı Fondunun elmi-tədqiqat proqramlarının, layihələrinin və digər elmi tədbirlərin maliyyələşdirilməsi məqsədi ilə qrantların verilməsi üzrə 2011-ci il üçün Gənc Alim və Mütəxəssislərin müsabiqəsinin (EİF/GAM-2011-2(4)) qalibi olmuş və yerinə yetirilmiş layihə üzrə

ALINMIŞ NƏTİCƏLƏRİN ƏMƏLİ (TƏCRÜBİ) HƏYATA KEÇİRİLMƏSİ VƏ LAYİHƏNİN NƏTİCƏLƏRİNDƏN GƏLƏCƏK TƏDQİQATLARDA İSTİFADƏ PERSPEKTİVLƏRİ HAQQINDA MƏLUMAT VƏRƏQİ

(Qaydalar üzrə Əlavə 16)

Layihənin adı: **Həyəcanlanmış eksponent sisteminin Lebeq fəzalarında bazislik xassələrinin tədqiqi**
Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **Muradov Toğrul Rafael oğlu**
Qrantın məbləği: **4 000 manat**
Layihənin nömrəsi: **EİF/GAM-1-2011-2(4)-26/04/1-M-09**
Müqavilənin imzalanma tarixi: **8 may 2012-ci il**
Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **12 ay**
Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **1 iyun 2012-ci il – 31 may 2013-cü il**

1. Layihənin nəticələrinin əməli (təcrübi) həyata keçirilməsi

1	Layihənin əsas əməli (təcrübi) nəticələri, bu nəticələrin məlum analoqlar ilə müqayisəli xarakteristikası
	Alınmış elmi nəticələr nəzəri xarakter daşıyır. İşin məqsədi $\{e^{i\lambda_n(t)}\}_{n\in Z}$, (1) eksponent sistemi və onun həyəcanlanmasının dəyişən $L_{p(\cdot)}$ tərtibli ümumiləşmiş Lebeq fəzalarında bazisliyini öyrənməkdir. İşdə müəyyən şərtlər daxilində (1) eksponent sisteminin ümumiləşmiş Lebeq fəzalarında bazisliyi araşdırılmışdır. Bu eksponent sisteminin L_p fəzalarında bazislik xassələrinə Peli-Vinerin məşhur nəticələrindən baş-layaraq çoxlu sayda elmi işlər həsr edilmişdir. Bu sahədə alınmış bir

	çox nəticələr N.Levinsonun monoqrafiyasında işıqlandırılmışdır. $L_p, 1 < p < \infty$, fəzasında bazisliyi üçün zəruri və kafi şərt ($\alpha \in R$ parametrinə nəzərən) Sedletski və Moiseevin işlərində tapılmışdır. Daha ümumi hallar B.T.Bilalovun işlərində baxılmışdır. Son vaxtlar riyazi fizikanın və müxanikanın məsələlərinin tətbiqləri ilə əlaqədar $L_{p(\cdot)}$ və $W^k_{p(\cdot)}$ Sobolev fəzasında bu və digər məsələlərin öyrənilməsinə maraq artıb. Baxılan məsələ $\alpha(t) \equiv \alpha t$, $\alpha = 0$ halında İ.Şarapudinov tərəfindən və $\alpha \in R$ halında B.Bilalov, Z.Hüseynov tərəfindən araşdırılmışdır. Həmçinin (1) sisteminin $L_{p(\cdot)}$-də bazisliyi $\lambda_n(t) \equiv -\mathrm{sign}n[\alpha t + \beta \mathrm{sign} t]$, $t \in [-\pi; \pi]$, $\alpha, \beta \in C$ (α, β - kompleks parametrlərdir) halında B.Bilalov, Z.Hüseynov tərəfindən baxılmışdır. Bu işin tətbiq sahələri çox genişdir, məsələn, xüsusi törəməli differensial tənliklərin həlli prosesində geniş istifadə olunan ənənəvi dəyişənlərinə ayırma metodu yuxarıda bəhs etdiyimiz sistemin baxılan fəzalarda bazisliyi ilə əlaqədardır.
2	Layihənin nəticələrinin əməli (təcrübi) həyata keçirilməsi haqqında məlumat (istehsalatda tətbiq (tətbiqin aktını əlavə etməli); tədris və təhsildə (nəşr olunmuş elmi əsərlər və s. – təhsil sisteminə tətbiqin aktını əlavə etməli); bağlanmış xarici müqavilələr və ya beynəlxalq layihələr (kimlə bağlanıb, müqavilənin və ya layihənin nömrəsi, adı, tarixi və dəyəri); dövlət proqramlarında (dövlət orqanının adı, qərarın nömrəsi və tarixi); ixtira üçün alınmış patentlərdə (patentin nömrəsi, verilmə tarixi, ixtiranın adı); və digərlərində)
	(burada doldurmalı)

2. **Layihənin nəticələrindən gələcək tədqiqatlarda istifadə perspektivləri**

1	Nəticələrin istifadəsi perspektivləri (fundamental, tətbiqi və axtarış-innovasiya yönlü elmi-tədqiqat layihə və proqramlarında; dövlət proqramlarında; dövlət qurumlarının sahə tədqiqat proqramlarında; ixtira və patent üçün verilmiş ərizələrdə; beynəlxalq layihələrdə; və digərlərində)
	(burada doldurmalı)

SİFARİŞÇİ:

Elmin İnkişafı Fondu

Baş məsləhətçi

Həsənova Günel Cahangir qızı

____

(imza)

“ __” ________ 201_-ci il

İCRAÇI:

Layihə rəhbəri

Muradov Toğrul Rafael oğlu

____

(imza)

“ __” ________ 201_-ci il

Baş məsləhətçi

Babayeva Ədilə Əli qızı

____

(imza)

“ __” _________ 201_-ci il

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ PREZİDENTİ YANINDA ELMİN İNKİŞAFI FONDU

MÜQAVİLƏYƏ ƏLAVƏ

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Elmin İnkişafı Fondunun elmi-tədqiqat proqramlarının, layihələrinin və digər elmi tədbirlərin maliyyələşdirilməsi məqsədi ilə qrantların verilməsi üzrə 2011-ci il üçün Gənc Alim və Mütəxəssislərin müsabiqəsinin (EİF/GAM-2011-2(4)) qalibi olmuş və yerinə yetirilmiş layihə üzrə

ALINMIŞ ELMİ MƏHSUL HAQQINDA MƏLUMAT
(Qaydalar üzrə Əlavə 17)

Layihənin adı: **Həyəcanlanmış eksponent sisteminin Lebeq fəzalarında bazislik xassələrinin tədqiqi**
Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **Muradov Toğrul Rafael oğlu**
Qrantın məbləği: **4 000 manat**
Layihənin nömrəsi: **EİF/GAM-1-2011-2(4)-26/04/1-M-09**
Müqavilənin imzalanma tarixi: **8 may 2012-ci il**
Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **12 ay**
Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **1 iyun 2012-ci il – 31 may 2013-cü il**

Diqqət! Bütün məlumatlar 12 ölçülü Arial şrifti ilə, 1 intervalla doldurulmalıdır

1. Elmi əsərlər (sayı)

№	Tamlıq dərəcəsi / Elmi məhsulun növü	Dərc olunmuş	Çapa qəbul olunmuş və ya çapda olan	Çapa göndərilmiş
1.	Monoqrafiyalar			
	həmçinin, xaricdə çap olunmuş			
2.	Məqalələr	2		1
	həmçinin xarici nəşrlərdə	1		1

3.	Konfrans materiallarında məqalələr O cümlədən, beynəlxalq konfras materiallarında			
4.	Məruzələrin tezisləri həmçinin, beynəlxalq tədbirlərin toplusunda			
5.	Digər (icmal, atlas, kataloq və s.)			

2. İxtira və patentlər (sayı)

№	Elmi məhsulun növü	Alınmış	Verilmiş	Ərizəsi verilmiş
1.	Patent, patent almaq üçün ərizə			
2.	İxtira			
3.	Səmərələşdirici təklif			

3. Elmi tədbirlərdə məruzələr (sayı)

№	Tədbirin adı (seminar, dəyirmi masa, konfrans, qurultay, simpozium və s.)	Tədbirin kateqoriyası (ölkədaxili, regional, beynəlxalq)	Məruzənin növü (plenar, dəvətli, şifahi, divar)	Sayı
1.				
2.				
3.				

SİFARİŞÇİ:
Elmin İnkişafı Fondu

Baş məsləhətçi
Həsənova Günel Cahangir qızı

____
(imza)
“ __” _________ 201_-ci il

İCRAÇI:

Layihə rəhbəri
Muradov Toğrul Rafael oğlu

____
(imza)
“ __” _________ 201_-ci il

Baş məsləhətçi
Babayeva Ədilə Əli qızı

____

(imza)
“ __” _________ 201_-ci il